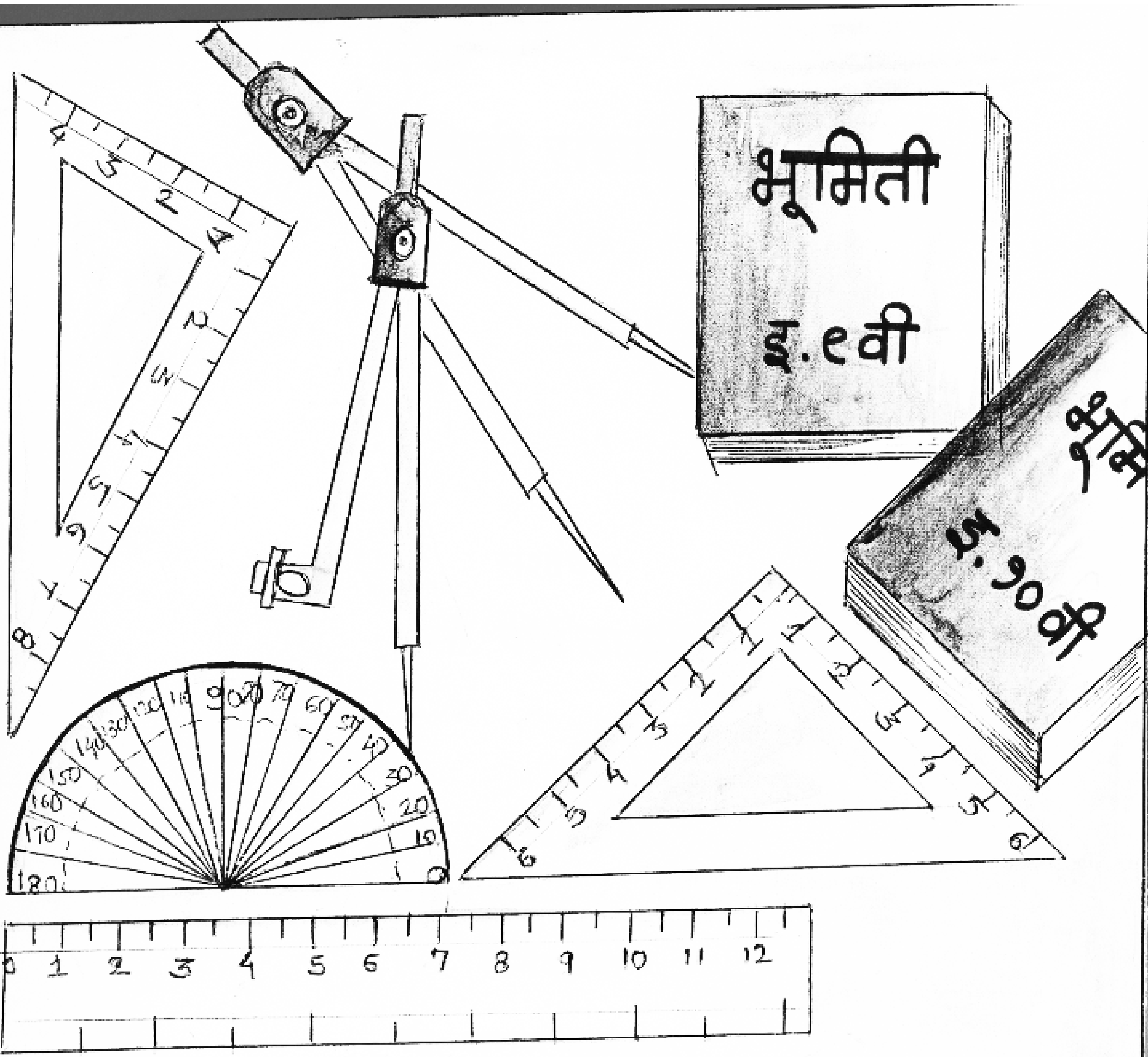


भूमिती संज्ञाकोश

वर्षा लाळगे

Vnkrdl wp\jgjoq

संशोधक

सौ. वर्षा लाळगे

मार्गदर्शक

श्री. अरुण मावळंकर

प्रगत शिक्षण संस्था

सेंटर फॉर लँग्वेज लिटरसी अँड कम्युनिकेशन

ऋणनिर्देश

फलटण येथील प्रगत शिक्षण संस्थेच्या कमला निंबकर बालभवनमध्ये मी २००५ च्या सप्टेंबरपासून कार्यरत आहे. विद्यार्थ्यांच्या सर्वांगीण विकासाचा व त्यांना आनंददायक शिक्षण दैंयाचा प्रयत्न करणाऱ्या या संस्थेत काम करैंयाची मला संधी मिळाली. विद्यार्थ्यांबरोबरच शिक्षकांच्या बौध्दिक विकासाला चालना देणारी शाळा म्हणून कमला निंबकर बालभवनचा लौकीक आहे.

प्रयोगशील, उपक्रमशील अशा सहकाऱ्यांबरोबर काम करताना काहीतरी नवीन करैंयाची उर्मी दाटून आली नाही तरच नवल. शाळेच्या संचालिका डॉ. मंजिरी निमकर या आम्हाला नवनवीन प्रयोगासाठी प्रोत्साहन तर देतातच पण शक्य तेवढ्या संधी उपलब्ध करून देतात.

असेच संधीचे एक दालन उघडले ते श्री. मावळंकर सरांच्या वर्कशॉपमुळे. होमी भाभा सेंटर फॉर सायन्सचे वैज्ञानिक अधिकारी श्री. मावळंकर सर यांच्या नेतृत्वाखाली आमचे गणित मंडळ तयार झाले. या आमच्या मंडळात डॉ. मंजिरी निमकर, श्री. विश्वास जगदाळे, सौ. अनिता कुलकर्णी, सौ. अरूणा शेवाळे, सौ. सुवर्णा कुलकर्णी, सौ. संगिता साळुंखे व मी असे सदस्य आहोत.

विद्यार्थ्यांना गणित समजावे, उमजावे त्याचबरोबर गणिताचे कसलेही दडपण त्यांच्यावर असू नये असा आमच्या मंडळाचा प्रयत्न असतो. त्यासाठी आम्ही बरीच चर्चा करतो. या आमच्या छोट्याशा गटाचा आवाका मात्र १ ली ते १० वी पर्यंतचा आहे. सर्वांच्या मनात गणित आणि विद्यार्थी या दोहोंबद्दल कमालीची आस्था आहे. त्यांची तळमळ पाहून मझ्या मनातही विद्यार्थ्यांसाठी काहीतरी केलेच पाहिजे ही जाणीव निर्माण झाली.

वेळोवेळी होत असलेल्या वर्कशॉपमुळे माझ्या गणित प्रेमाला एक वळण मिळत गेले. त्याचबरोबर नोव्हेबर २००९ मध्ये श्वेता नाईक यांनी होमी भाभा सेंटर फॉर सायन्स, मुंबई येथे आयोजित केलेल्या वर्कशॉपचा देखिल खूप फायदा मला झाला. डॉ. मंजिरी निमकर यांच्या सोबत केलेल्या एका गणित वर्कशॉपमधील छोटासा प्रसंग डॉ. मॅक्सिन मावशी यांनी लक्षात ठेवला व त्याबद्दल त्यांनी सर्वांसमोर बऱ्याचवेळा माझे कौतूक केले. त्यामुळे मला खूप प्रेरणा मिळाली.

आमच्या शाळेतील विद्यार्थी जे स्वतः उपक्रम करतात व शिक्षकांच्या कृतीपूर्ण अध्यापनात कृतीयुक्त सहभाग घेतात, त्यांचे आभार मानणे योग्य ठरेल.

या पुस्तकसाठी श्री. मावळंकर सरांनी मोलाचे मार्गदर्शन केले. सतत प्रश्न, शंका विचारल्या तरी न कंटाळता मंजूताईंनी मला सतत प्रोत्साहन दिले. केवळ त्यांच्या प्रोत्साहनामुळेच माझी नाव तरू शकली. माझे पती श्री. प्रकाश लाळगे यांनी मला लेखनकामात पूर्णपणे सहकार्य केले त्याच प्रमाणे माझी मुलगी शिवानी हिने सुध्दा आपला बालहट्ट सोडून मला जमेल तेवढे सहकार्य केले. याबद्दल मी या सर्वांची ऋणी आहे.

सर रतन टाटा ट्रस्ट आणि सेंटर फॉर लॅग्वेज लिटरसी अँड कम्युनिकेशन यांनी दिलेल्या व्यक्तिगत संशोधन अनुदानामुळेच मी हे काम शांत मनाने करू शकले. यासाठी सेंटरचे निवड सदस्य व SRTT च्या जोत्सना शर्मा यांचे आभार मानते.

कंम्प्युटरच्या श्री. प्रकाश अनभुले व अपर्णा यांच्या मदतीशिवाय हे काम शक्यच नव्हते. त्याच प्रमाणे आमच्या शाळेच्या ग्रंथपाल सौ. रजनी काळे यांनी संदर्भ साहित्य दैंयात खूपच मदत केली. या सर्वांचे मी आभर मानते.

सेंटर फॉर लॅग्वेज लिटरसी अँड कम्युनिकेशन यांनी माझी फेलोशिप स्वीकारून मला ही संधी उपलब्ध करून दिली याबद्दल मी त्यांची कायमची ऋणी राहीन.

सौ. वर्षा लाळगे

फलटण

वैयक्तिक माहिती

नाव : सौ. वर्षा प्रकाश लाळगे
श्रीराम अपार्टमेंट, फ्लॅट नं. ९
लक्ष्मीनगर, फलटण.
जि. सातारा ४१५ ५२३

शाळेचे नाव : कमला निंबकर बालभवन
रिंग रोड, फलटण

जन्मतारीख : ०९/०३/१९७१

शैक्षणिक अर्हता : बी. एस्सी. (इलेक्ट्रॉनिक्स, फिजिक्स)
बी. एड्. (विज्ञान, गणित)

इतर : डिप्लोमा इन कंम्प्युटर सायन्स
सर्टिफिकेट कोर्स इन कंम्प्युटर ॲप्लिकेशन
गणित प्रशिक्षण (होमी भाभा सेंटर फॉर सायन्स एज्युकेशन)
२००९-२०१० मध्ये नवोपक्रम स्पर्धेत सहभाग (जिल्हा स्तरावर प्रथम क्रमांक आणि राज्यस्तरावर पाचवा क्रमांक)
एस. सी. ई. आर. टी., पुणे कृतिसंशोधनासाठी निवड (२०१०-२०११)

शिक्षक म्हणून कामाचा अनुभव : १ सप्टेंबर २००५ ते आज अखेर (१ जून २०१०)

हुद्दा : माध्यमिक शिक्षिका

उपक्रमाचे नाव : भूमिती संज्ञाकोश

संज्ञाकोशाविषयी थोडेसे...

गणित हा माझ्या आवडीचा विषय आहे. प्रगत शिक्षण संस्थेच्या कमला निंबकर बालभवनमध्ये सप्टेंबर २००५ पासून मी इ. ५ ते ७ ला गणित विषय शिकवते. आमच्या शाळेतील मुलांना गणित विषय आवडतो. गणिताचा तास आनंददायी व्हावा असाच माझा प्रयत्न असतो. एखद्या मुलाचे उत्तर चुकले तर त्याला न रागावता तू काय वेगळे केलेस ते आम्हाला सांगशील का असे विचारले तर विद्यार्थी आनंदाने सांगतो आणि त्याचे नेमके कुठे चुकले हे त्याच्या आणि माझ्यापण लक्षात येते.

त्यामुळे आम्ही तासाला कोणाचे वेगळे उत्तर आले हे शोधतो आणि कशामुळे वेगळे आले याची चर्चा करतो. याचा एक फायदा असा होतो की आपण सांगितलेली संज्ञा, संकल्पना मुलांना किती समजली आहे हे सहज कळते. कारण बऱ्याचवेळा आपण जीव तोडून शिकवतो आणि आपल्याला वाटते मुलांना सर्वकाही नक्कीच समजले असेल. पियाजे यांच्या मते, मुलांच्या मनात स्वतःचे असे काही विचार, धारणा पक्क्या असतात. ते त्या सहजासहजी बदलत नाहीत. ज्यावेळेस दुसरा एखादा विचार त्याला पटतो तेव्हाच तो आधीचा विचार, धारणा सोडून नवीन विचार, धारणा यांचा स्विकार करतो. तेव्हाच त्याला पूर्णपणे आकलन होते. त्यामुळे फक्त शिकवून चालत नाही तर मुलांना त्याचे कितपत आकलन झाले आहे हे तपासणे जरुरी आहे.

इयत्ता ९ वी च्या वर्गाला मी भूमिती शिकवते. या वर्गात मला येणारा अनुभव जरा वेगळाच आहे. लहान वर्गातील मुलांप्रमाणे ही मुले प्रतिसाद देत नाहीत. भूमिती विषयी खूपच भीती त्यांच्या मनात असते. प्रचंड भीतीपोटी भूमितीचा शिरकाव त्यांच्या मनात करून देणे अत्यंत अवघड जाते. समजावून न घेताच आपल्याला समजत नाही असा सोईस्कर गैरसमज ते करून घेतात.

खरंतर भूमिती हा नवीन विषय नाही परंतु इयत्ता नववीमध्ये त्याला वेगळे, स्वतंत्र पुस्तक असल्याने विद्यार्थीपण त्याच्याकडे नवीन, अनोळखी व्यक्तीकडे पहावे असेच पाहतात.

शिवाय पक्ष, साध्य, प्रमेय, सिध्दता, गृहितके असे नवीन शब्द इयत्ता नववीत येतात. आतापर्यंत झालेल्या भूमितीच्या अभ्यासाचे उपयोजन करैयाचे कौशल्य इयत्ता नववीत वापरावे लागते. परंतु मागील इयत्तांत शिकलेले का बरे लक्षात ठेवायचे म्हणून त्याकडे दुर्लक्ष केले जाते. इतर विषयांप्रमाणे वेगळे काहीतरी नववी भूमितीत नसते. तर आतापर्यंत शिकलेले सर्व नववीत एकत्र वापरावे लागते परंतु ते समजून घैयाऐवजी प्रमेयाची प्रमेये, वाक्येच्या वाक्ये विद्यार्थी पाठ करतात आणि भूमिती आनंदाने न शिकता शिकायची म्हणून शिकतात.

या सर्व गोष्टींचा भूमिती शिकवताना मला खूप त्रास होई. पाठ करू नका समजून घ्या असे माझे म्हणणे असे. शेवटी भूमिती फक्त शिकवून चालणार नाही तर विद्यार्थ्यांच्या मनातील भीती दूर करैयासाठी काहीतरी केले पाहिजे या जाणिवेने मी पहिलीपासूनच्या भूमितीचा अभ्यास करैयाचे ठरवले त्यावेळेस भूमितीच्या भाषेबद्दल काही गोष्टी मझ्या लक्षात आल्या. आपली नेहमीची भाषा व भूमितीची भाषा वेगवेगळी आहे. भूमितीमध्ये बऱ्याचवेळा अनेक शब्दासाठी एकच शब्द वापरलेला असतो. विद्यार्थ्यांना अशा शब्दाचा अर्थ कळणे जरुरीचे आहे.

एखादा विषय विद्यार्थ्याला चांगला येतो याचा अर्थ म्हणजे विद्यार्थ्याला तो विषय चांगला व्यक्त करता येतो, त्याचे या विषयाचे संप्रेषण चांगले असते. यामध्ये संप्रेषण चांगले असैयाला दोन पैलू आहेत, एक विषयाच्या चांगल्या ज्ञानाचा आणि दुसरा हे ज्ञान व्यक्त करैयासाठी वापरावयाच्या भाषेवरील प्रभुत्वाचा.

‘विज्ञान-शिक्षणाचे भाषिक अंग’ या लेखात डॉ. प्रधान सरांनी म्हटले आहे की विज्ञानाच्या वर्गातील भाषा व्यवहार तीन पातळ्यांवर होतो. त्याचा आधार घेत मला वाटते की गणित भूमितीच्या वर्गातील भाषा व्यवहार सुध्दा तीन पातळ्यांवर होतो. एक सर्वसाधारण व्यवहारातील, शिक्षक आणि विद्यार्थी यांच्या सामान्य संभाषणाची भाषा. दुसरी ‘पक्ष, साध्य, रचना, सिध्दता’ अशा शब्दांची भूमितीची परिभाषा. ती विद्यार्थ्यांना भूमितीच्या अभ्यासात मुद्दाम शिकावी लागते. रोजची भाषा आणि परिभाषा यामध्ये तिसरी, स्पष्टीकरणासाठी वापरलेली भाषा. स्पष्टीकरणाच्या भाषेत सामान्य भाषेतील शब्दांचाच वापर होतो, पण त्याचा अर्थ एरव्हीपेक्षा जास्त निश्चित, नेमका असतो. ही भाषा व्यावहारीक भाषा आणि परिभाषा यांची सांगड घालते. तसेच ती संबोधांच्या स्पष्टीकरणासाठीही वापरली जाते.

परिभाषेची आवश्यकता

प्रत्येक ज्ञानशाखेची स्वतःची अशी एक विशिष्ट भाषा असते तिलाच आपण परिभाषा असे म्हणतो. परिभाषेचा उपयोग भाषेसारखाच ज्ञानाच्या व विचारांच्या देवाणघेवाणीसठी होतो. फक्त ती विशिष्ट व्यावसायिक आणि विशिष्ट व्यवहारासाठी एकत्र आलेल्या समुदायापुरती मर्यादित असते. प्रत्येक पारिभाषिक शब्द ही एक संज्ञा असते. ते कोणत्यातरी संबोधाचे नाव असते. संबोध (concept) म्हणजे आपल्या एकूण अनुभवविश्वाचा वेगळा काढता येणारा घटक उदा. त्रिकोण म्हणजे तीन कोन असणारी बंदिस्त आकृती. जर त्रिकोण हा शब्द नसता तर दरवेळेस त्याचे वर्णन लिहावे लागले असते.

एखादी अशी संज्ञा आणि तिच्यामागचा संबोध आपल्या मनामध्ये ठसला की तो आपल्या विचारप्रक्रियेचा भाग होतो त्यासाठी आपल्याला वेगळी 'आठवण' ठेवावी लागत नाही.

भूमितीच्या शालेय अभ्यासात परिभाषा आवश्यक असली तरी ती विद्यार्थ्यांना नैसर्गिकपणे येईल अशी अपेक्षा मात्र चूक आहे. विद्यार्थी विषयात तज्ज्ञ नसतात, ते शिकत असतात, नवखे असतात, विषयाचे त्यांचे ज्ञान अपुरे असते. परिभाषा रोजच्या व्यवहारात वापरायची त्यांना संधी नसते. उलट परिभाषा विद्यार्थ्याला मुद्दाम दुसऱ्या भाषेसारखी प्रयत्नपूर्वक आत्मसात करावी लागते. प्रत्येक पारिभाषिक शब्दाचा अर्थ जाणीवपूर्वक लक्षात ठेवावा लागतो. अनेक शब्द त्यांना संपूर्णपणे नवीन असतात. हे अवगत करीत त्याद्वारे विषय समजून घ्ैयासाठी हेतूपूर्वक प्रयत्न करावे लागतात.

परिभाषा विषयाचे ज्ञान संपादन करैयासाठी तर आवश्यक आहेच पण ती बोजड झाल्याने ज्ञानसंपादनाच्याच आड येते. विद्यार्थ्यांची विषयातील नावड वाढवते.

(वरील लिखाण करताना डॉ. हेमचंद्र प्रधान यांच्या 'विज्ञान शिक्षण-नव्या वाटा, २००४' या पुस्तकाचा व विज्ञान-शिक्षणाचे भाषिक अंग य लेखाचा आधर घेतला आहे.)

भूमितीची भाषा वेगळी कशी?

भूमितीची भाषा वेगळी कशी? हे अभ्यासताना खालील बाबी आढळल्या–

- भूमितीची भाषा फोड केल्यास सोपी
- मराठीतील शब्दांना विशिष्ट अर्थ
- प्रमेयांमध्ये जर-तर यांचा वैशिषट्यपूर्ण वापर
- भूमितीच्या एका शब्दात अनेक संकल्पना दडलेल्या असणे

वरीलपैंकी एकेक मुद्दा विस्तारपणे पाहू.

- **भूमितीची भाषा फोड केल्यास सोपी**

उदा. त्रिकोण

त्रि म्हणजे तीन. ज्याला तीन कोन आहेत अशी बंदिस्त आकृती म्हणजे त्रिकोण.

त्रिकोणाचे प्रकार –

बाजूवरून – (बाजू म्हणजेच भुजा)

१. समभुज – सम + भुज

सारखा बाजू

ज्याच्या सर्व बाजू सारख्या आहेत असा त्रिकोण म्हणजे समभुज त्रिकोण.

२. समद्विभुज – सम + द्वि + भुज

सारखा दोन बाजू

ज्याच्या दोन बाजू सारख्या आहेत असा त्रिकोण म्हणजे समद्विभुज त्रिकोण.

३. विषमभुज – विषम + भुज

सम नाही तो बाजू

ज्याच्या एकही बाजू सारखी नाही तो विषमभुज त्रिकोण.

कोनावरून –

१. लघुकोन त्रिकोण – लघु म्हणजे लहान.

ज्या त्रिकोणाचे कोन 90^0 पेक्षा लहान आहेत तो लघुकोन त्रिकोण.

२. काटकोन त्रिकोण –

ज्या त्रिकोणाचा एक कोन 90^0 आहे तो काटकोन त्रिकोण.

३. विशालकोन त्रिकोण – विशाल म्हणजे मोठा.

ज्या त्रिकोणाचा एक कोन 90^0 पेक्षा मोठा आहे तो विशालकोन त्रिकोण.

अशारितीने फोड करून सांगितल्यास विद्यार्थ्यांना समजैयास सोपे जाते.

- **मराठीतील शब्दांना विशिष्ट अर्थ**

आपल्याला माहीत असणारा शब्द रस्ता दुभाजक.

यामध्ये दुभाजक – दु + भाजक

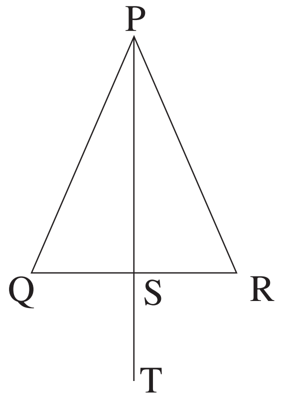
दोन भाग करणारा

रस्ता दुभाजक म्हणजे रस्त्याचे दोन भाग करणारा पण भूमितीमध्ये दुभाजक हा शब्द काटेकोरपणे वापरावा लागतो. कारण रेषेचे दोन भाग करणाऱ्याला इथे दुभाजक म्हणत नाहीत तर रेषेचे दोन **समान** भाग करणाऱ्याला दुभाजक म्हणतात. त्याचप्रमाणे दुभाजक जर रेषेशी 90^0 चा कोन करत असेल तर त्याला लंबदुभाजक म्हणतात.

या साध्या वाटणाऱ्या परंतु अतिशय महत्त्वपूर्ण असणाऱ्या बाबी वेळीच मुलांना समजावणे जरुरी असते.

- **प्रमेयांमध्ये जर-तर यांचा वैशिषट्यपूर्ण वापर**

उदा. जर त्रिकोणाच्या दोन बाजू एकरूप असतील तर त्या बाजूसमोरील कोन एकरूप असतात. अशाप्रकारे एका वाक्यावरून विद्यार्थ्यांना आकृती काढावी लागते. पक्ष व साध्य लिहावे लागते व जर आणि तर यांच्यामधील वाक्य पक्ष असते. आणि तर च्या पुढचे वाक्य साध्य असते. वरील वाक्यामध्ये जर त्रिकोणाच्या दोन बाजू एकरूप असतील तर हे वाक्य **पक्ष** होईल आणि त्या बाजूसमोरील कोन एकरूप असतात हे **साध्य** होईल. परंतु फक्त एवढेच लिहून भागत नाही तर संबंधित आकृती काढून त्यावरून पक्ष, साध्य लिहावे लागते.



पक्ष : △ PQR मध्ये,
बाजू PQ = बाजू PR

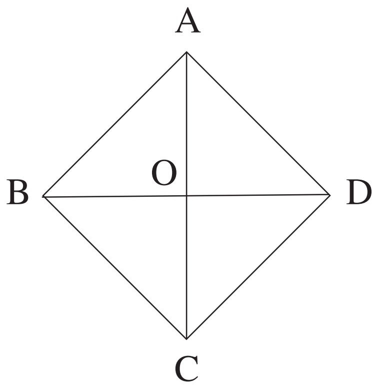
साध्य : ∠PQR =∠PRQ

रचना : ∠QPRचा दुभाजक किरण PT काढा जो बाजू QR ला बिंदू S मध्ये छेदतो.

- **भूमितीच्या एका शब्दात अनेक संकल्पना दडलेल्या असणे**

उदा. समभुज चौकोन

जेव्हा समभुज चौकोन काढा असे आपण सांगतो तेव्हा त्या विद्यार्थ्याला समभुज चौकोनाचे गुणधर्म माहीत हवेत तरच तो नीट समभुज चौकोन काढू शकेल.



- समभुज चौकोनाच्या सर्व बाजू समान असतात.
- समोरासमोरचे कोन एकरूप असतात.
- कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

इंग्रजी पारिभाषिक शब्द

इयत्ता ११ वी सायन्सला मराठी माध्यमाचे विद्यार्थी गणित विषय घेतात तेव्हा शब्दाचे अर्थ समजावून घेँयातच खूप वेळ जातो. त्याऐवजी हे शब्द जर त्यांना आधीपासूनच ओळखीचे झाले तर निश्चितच विद्यार्थ्यांचा फायदा होईल. म्हणून प्रत्येक संज्ञेसोबत त्याचे इंग्रजी परिभाषिक शब्द दिले आहेत.

अशाप्रकारे सर्व अभ्यास केल्यानंतर हे विद्यार्थ्यांसमोर कसे मांडायचे हा प्रश्न माझ्यापुढे होता. तेव्हा पुस्तक रुपात न मांडता ते डिक्शनरीच्या रुपात मांडले तर विद्यार्थ्यांना हवी ती संज्ञा पाहणे सोपे जाईल असे वाटले.

त्याचप्रमाणे इयत्ता पहिलीपासून जी भूमिती तुकड्या तुकड्यात विद्यार्थ्यांच्या नजरेत असते. ती एकाच टप्प्यात नजरेत येईल आणि त्यातील एकसंघपणा विद्यार्थ्यांना सहाय्यक ठरेल.

अनेक पालकांची अशी तक्रार असते की सर्व विषयाचा अभ्यास आम्ही घेऊ शकतो पण गणित भूमिती आम्हाला समजत नाही. अशा पालकांना भूमितीच्या अभ्यास घेँयासाठी याची निश्चितच मदत होईल.

इयत्ता नववी, दहावीच्या विद्यार्थ्यांना एक प्रमेय सोडवताना अनेक संज्ञा, संकल्पना लागतात. त्या एकत्रितपणे सापडतील.

या डिक्शनरीचे वैशिष्ट्य म्हणजे या डिक्शनरीची रचना मराठी वर्णमालेच्या आणि बाराखडीच्या क्रमानुसार केली आहे. यात अनुक्रमणिकेचा समावेश केला आहे. तसेच प्रत्येक संज्ञेचे आकृतीसह स्पष्टीकरण केले आहे.

हा शब्दकोश कसा पहावा?

मराठी वर्णमालेच्या आणि बाराखडीच्या क्रमानुसार या शब्दकोशाची रचना केली आहे. मराठी वर्णमालेतील अक्षरे (क्रम लक्षात यैयासाठी) खाली देत आहे.

अ अं आ इ ई उ ऊ ए ऐ ओ औ

क ख ग घ

च छ ज झ

ट ठ ड ढ

त थ द ध न

प फ ब भ म

य र ल व श

ष स ह क्ष ज्ञ

बाराखडीचा क्रम खालीलप्रमाणे असेल.

क कं का कि की कु कू के को कौ

अनुक्रमणिकेत सर्व संज्ञा मराठी मुळाक्षरांच्या क्रमानुसार दिल्या आहेत. प्रत्येक संज्ञेबरोबर उजव्या बाजूला तिचा पानक्रमांक दिला आहे. उदाहरणार्थ, जर ‘कोन’ ह्या संज्ञेबद्दल माहिती हवी असेल तर अनुक्रमणिकेत ‘क’ ने सुरू होणाऱ्या शब्दापर्यंत जा तेथे ‘कोन’ ही संज्ञा दिसेल. तिच्या समोर उजव्या बाजूस हा पानक्रमांक आहे म्हणजे कोनासंबंधी माहिती तुम्हाला ह्या पानावर मिळेल.

अनुक्रमणिका

च

छ

त

न

प

क्ष

अंत्यबिंदू
(Extremity)

अंत्य म्हणजे शेवटचा.
अंत्यबिंदू म्हणजे शेवटचा बिंदू.
म्हणजेच टोक.

रेषाखंडाला दोन टोके म्हणजेच अंत्यबिंदू असतात. एका टोकाला आरंभबिंदू म्हणतात तर दुसऱ्या टोकाला अंत्यबिंदू म्हणतात. वरील आकृतीत A व B ही दोन टोके आहेत. जर A ला आरंभबिंदू म्हटले तर रेख AB व जर B ला आरंभबिंदू म्हटले तर रेख BA हे रेषाखंडाचे नाव होईल.

रेषेला टोक म्हणजेच आरंभबिंदू किंवा अंत्यबिंदू नसतो.

किरणाला एकच टोक म्हणजे आरंभबिंदू असतो.

अंतर
(Distance)

दोन बिंदूचे दूरत्व म्हणजे त्यातील अंतर.
आपण दोन बिंदू घेऊ.

. .
A B

हे बिंदू एका रेषाखंडाने जोडू.

A B

ह्या रेषाखंडाची लांबी आपल्याला बिंदू A आणि बिंदू B मधील अंतर देते.
पूर्णांक संख्याच्या बाबतीत संख्यारेषेचा वापर करून दोन बिंदूमधील अंतर काढता येते.

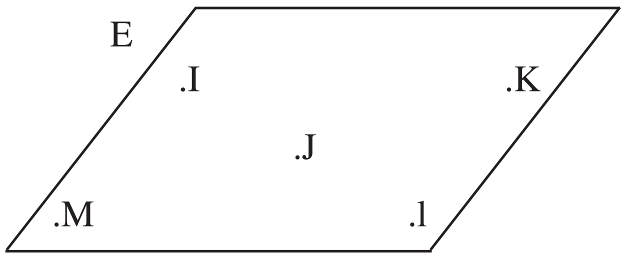
R	Q	P	0	A	B	C
-3	-2	-1	0	1	2	3

जेव्हा रेषेचे बिंदू संख्या दर्शवतात, तेव्हा त्या रेषेला संख्यारेषा म्हणतात.
दोन भिन्न बिंदुमधील अंतर हे मोठ्या निर्देशकातून लहान निर्देशक वजा करून निश्चित करतात.

उद. d (C, A)
= 3-1
= 2

d (P, B)
= 2-(-1)
= 3

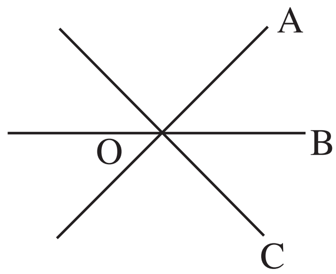
एकप्रतलीय बिंदू
(Coplaner Point)



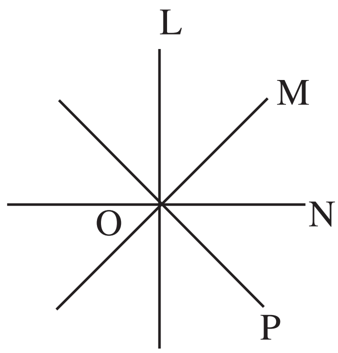
सोबतच्या आकृतीत, I, J, K, L, M हे बिंदू E या एकाच प्रतलात अंतर्भूत आहेत.
एक प्रतलीय म्हणजे एकाच प्रतलात असलेले.
जर चार किंवा त्यापेक्षा अधिक बिंदू एकाच प्रतलात समाविष्ट असतील तर अशा सर्व बिंदुंना एकप्रतलीय बिंदू म्हणतात.

एकसंपाती रेषा
(Concurrent Lines)

सोबतची आकृती पहा.

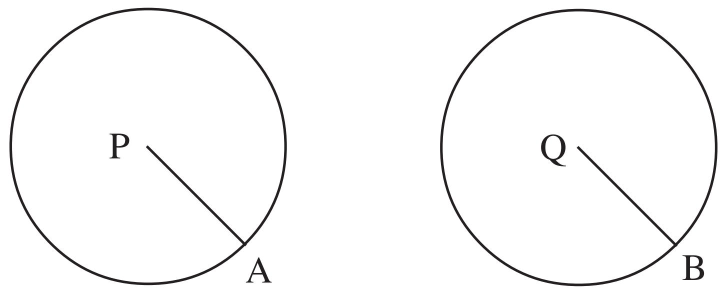


ह्या सर्व रेषा एकाच बिंदूतून जातात. दोन पेक्षा अधिक रेषा एकाच बिंदूतून जातात तो संपात बिंदू होय.



सोबतच्या आकृतीत, L, M, N, P या एकसंपाती रेषा असुन O हा त्यांचा संपात बिंदू आहे.
जर तीन किंवा अधिक रेषा एका बिंदुतून जात असतील तर त्या रेषांना एकसंपाती रेषा म्हणतात.

एकरुप वर्तुळे
(Congruent Circles)



वर्तुळ A   वर्तुळ B

सोबतच्या आकृतीत केंद्रबिंदू P आणि केंद्रबिंदू Q असलेली दोन वर्तुळे आहेत.

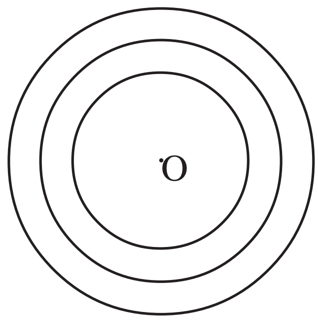
रेख PA आणि रेख QB या त्यांच्या त्रिज्या आहेत.

रेख PA = रेख QB

.. ही वर्तुळे एकरूप वर्तुळे आहेत.

एकरूप त्रिज्या असलेल्या वर्तुळांना एकरूप वर्तुळे म्हणतात.

एककेंद्री वर्तुळे
(Concentric Circles)



सोबतच्या आकृतीमध्ये तीन एककेंद्री वर्तुळे दर्शविलेली आहेत.
बिंदू O हा त्यांचा केंद्रबिंदू आहे.
ज्या एकप्रतलीय वर्तुळांना एकच (सामाईक) केंद्रबिंदू असतो, त्या वर्तुळांना एककेंद्री वर्तुळे म्हणतात.

एकरेषीय बिंदू
(Collinear Point)

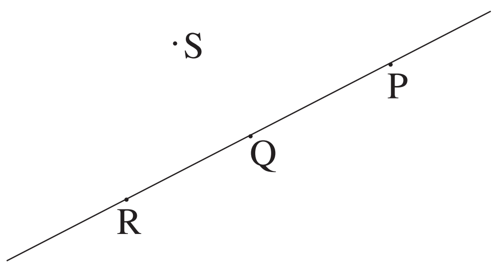
पुढील आकृती पहा. आकृतीत रेषा L दाखविली आहे.

ह्या रेषेवर बिंदू A, B, C, D घेऊ

A, B, C, D हे बिंदू रेषा L वर आहेत. एकाच रेषेवर असलेले हे बिंदू एकरेषीय आहेत.

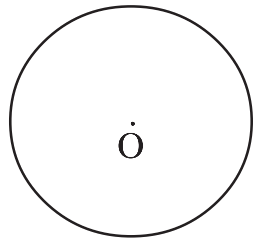
जर तीन किंवा तीनपेक्षा अधिक बिंदुंना सामावणारी एकच रेषा असेल तर त्या बिंदुंना एकरेषीय बिंदू म्हणतात.

जर तीन किंवा तीनपेक्षा अधिक बिंदूंना सामावणारी एकच रेषा नसेल तर त्या बिंदूंना नैकरेषीय बिंदू म्हणतात.

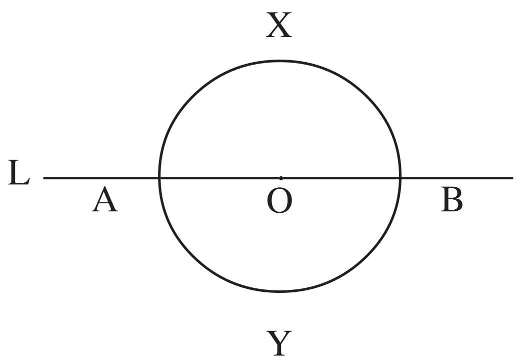


P, Q, R, S हे बिंदू नैकरेषीय आहेत.

अर्धवर्तुळ
(Semi Circle)

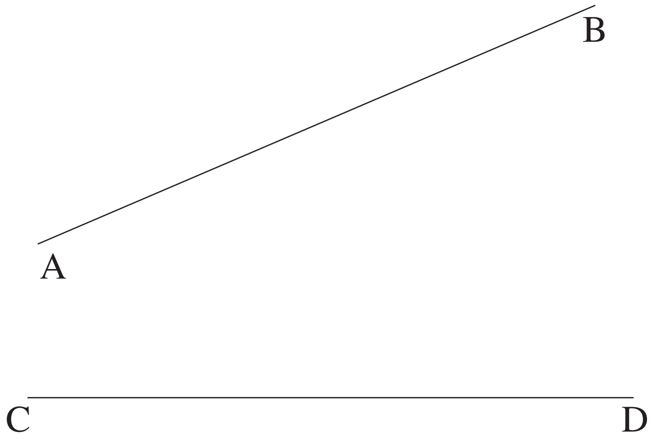


हे एक वर्तुळ आहे. याचा केंद्रबिंदू O हा आहे.
बिंदू O मधून जाणारी एक रेषा काढू.
आपण काढलेली रेषा L वर्तुळाला बिंदू A आणि B मध्ये छेदते.
त्यामुळे वर्तुळाचे दोन भाग होतात. त्यांना कंस असे म्हणतात.



आकृतीमध्ये कंस AXB आणि कंस AYB हे दोन कंस तयार झाले आहेत. हे दोन्ही कंस अर्धवर्तुळ होत. वर्तुळाला छेदणाऱ्या कोणत्याही रेषेला वृत्तछेदिका असे म्हणतात.
वृत्तछेदिका जेव्हा वर्तुळकेंद्रातून जाते तेव्हा तयार होणाऱ्या प्रत्येक कंसाला अर्धवर्तुळ म्हणतात.

एकरुप रेषाखंड
(Congruent Line Segment)



शेजारील आकृतीत रेख AB व रेख CD हे दोन रेषाखंड दाखविले आहेत.

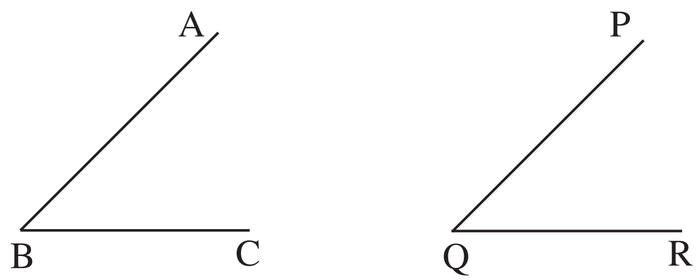
तसेच l(AB) = l(CD) म्हणून

रेख AB = रेख CD असे चिन्हाद्वारे लिहिता येईल.

रेख AB व रेख CD हे एकरूप रेषाखंड आहेत.

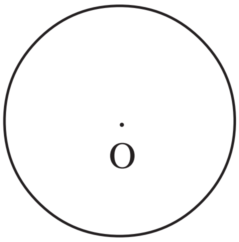
जर दिलेल्या दोन रेषाखंडांची लांबी समान असेल तर त्या रेषाखंडांना एकरूप रेषाखंड असे म्हणतात.

एकरुप कोन
(Congruent Angles)

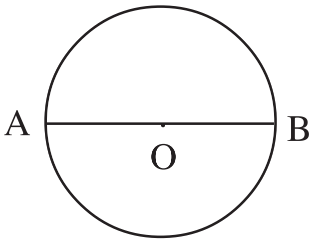


सोबतच्या आकृतीत ∠ ABC व ∠PQR हे प्रत्येकी 45^0 मापाचे कोन आहेत.
वरील दोन्ही कोनांचे माप समान आहे म्हणून ते एकरूप कोन आहेत.
ज्या दोन कोनांचे माप समान असते त्या कोनांना एकरूप कोन म्हणतात.

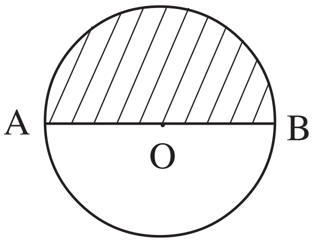
अर्धवर्तुळ खंड
(Semicircular Segment)



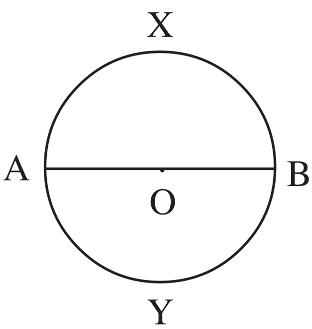
आपण एक वर्तुळ घेऊ.
O हा त्याचा केंद्र आहे.



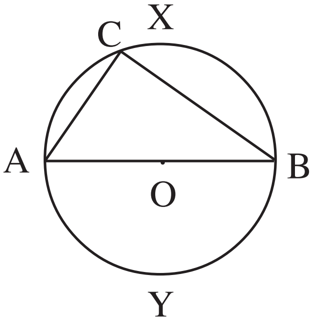
आपण AB व्यास काढू. व्यासामुळे वर्तुळक्षेत्राचे दोन समान भाग झाले.



वर्तुळाच्या व्यासामुळे तयार होणाऱ्या दोन्ही वर्तुळखंडांना अर्धवर्तुळखंड म्हणतात.



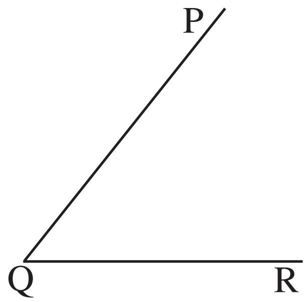
आकृतीमध्ये व्यास AB मुळे वर्तुळखंड AXB व वर्तुळखंड AYB हे अर्धवर्तुळखंड तयार झालेले आहेत.



अर्धवर्तुळखंडातील कोणताही बिंदू जर व्यासाच्या टोकांना जोडला तर तयार होणारा कोन काटकोन असतो.

$m\angle ACB = 90^0$

कोन
(Angle)



सोबतच्या आकृतीत कोन PQR दाखविला आहे.

सामाईक आरंभबिंदू असलेल्या दोन नैकरेषीय किरणांच्या संयोगाला कोन म्हणतात.

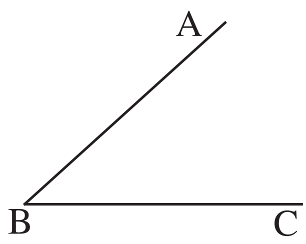
कोनाचे तीन अक्षरी किंवा एक अक्षरी वाचन करतात.

जसे कोन PQR किंवा कोन Q.

कोन दाखर्विंयासाठी '∠' खुणेचा वापर करतात.

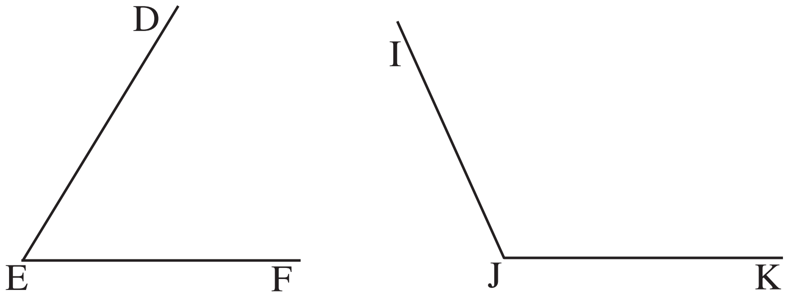
लघुकोन
(Acute Angle)

लघु म्हणजे लहान.



सोबतच्या आकृतीत $\angle ABC$ हा लघुकोन आहे.
त्याचे माप 40^0 आहे.
ज्या कोनाचे माप 90^0 पेक्षा लहान असते तो लघुकोन होय.
काटकोनापेक्षा लहान असणाऱ्या कोनास लघुकोन म्हणतात.
लघुकोनाचे माप 0^0 पेक्षा जास्त व 90^0 पेक्षा कमी असते.

पूरक कोन
(Supplementary Angles)

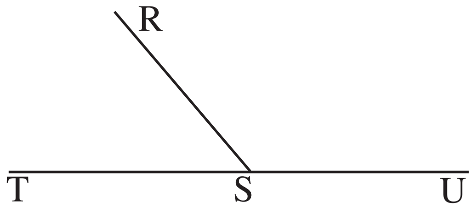


सोबतच्या आकृतीत $\angle$ DEF व $\angle$ IJK हे परस्परांचे पूरक आहेत.

$m\angle DEF + m\angle IJK = 180^0$

ज्या दोन कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते ते कोन परस्परांचे पूरक कोन असतात. तसेच कोनांच्या या जोडीला पूरक कोनांची जोडी असे म्हणतात.

पूरककोन संलग्न कोन सुध्दा असतात. जे पूरककोन संलग्न असतात ते रेषीय जोडीतील कोनही असतात.



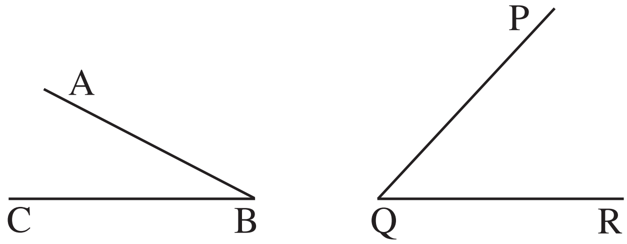
बाजूच्या आकृतीत $m\angle RST = 50^0$ व $m\angle RSU = 130^0$

$m\angle RSU + m\angle RST = 180^0$

दोन परस्पर पूरककोनांपैकी एकाचे माप दिलेले असेल तर दुसऱ्या कोनाचे माप पुढील पध्दतीने काढता येते.

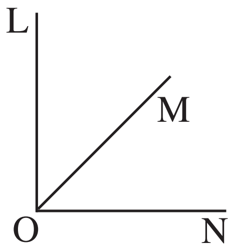
पूरककोनाचे माप = 180^0 - दिलेल्या कोनाचे माप

कोटिकोन
(Complementary Angles)



सोबतच्या आकृतीमधील कोन परस्परांचे कोटिकोन आहेत.

$m\angle ABC + m\angle PQR = 90^0$



तसेच $m\angle LOM + m\angle MON = 90^0$

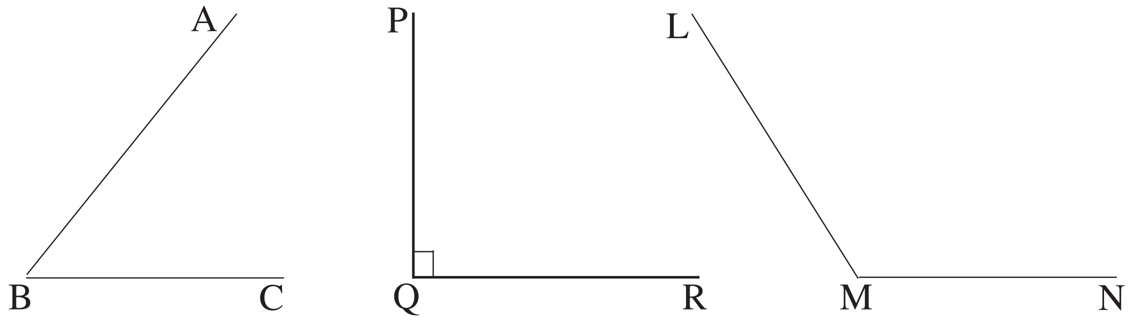
ज्या दोन कोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते त्या कोनांना एकमेकांचे कोटिकोन म्हणतात.

ते संलग्न कोन देखील असू शकतात. कोनांच्या या जोडीला कोटिकोनांची जोडी म्हणतात.

दोन कोटिकोनांपैकी एकाचे माप दिलेले असेल तर दुसऱ्या कोनाचे माप पुढील प्रमाणे काढता येते

कोटिकोनाचे माप = 90^0 − दिलेल्या कोनाचे माप

काटकोन
(Right Angle)



सोबतच्या आकृतीमध्ये $\angle ABC$, $\angle PQR$ व $\angle LMN$ दाखविलेले आहेत.

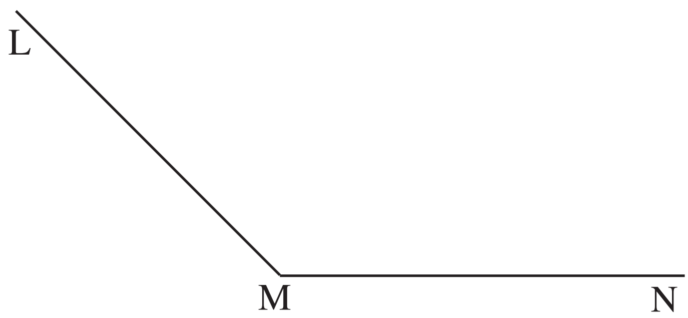
त्यातील PQR चे माप 90^0 आहे.

जर दिलेल्या कोनाचे माप 90^0 असेल तर तो काटकोन होय.

90^0 मापाच्या कोनास काटकोन म्हणतात.

विशालकोन
(Obtuse Angle)

विशाल म्हणजे मोठा.



सोबतच्या आकृतीत $\angle LMN$ हा विशालकोन आहे.

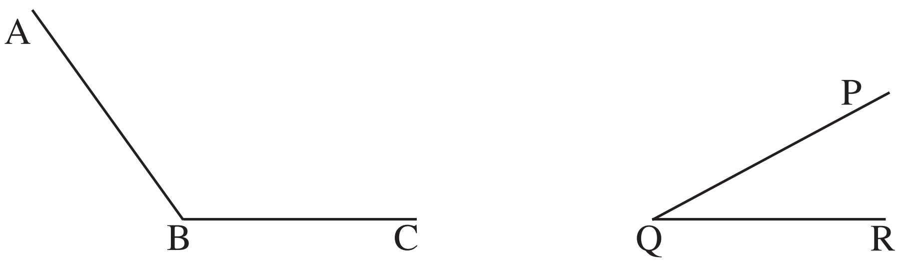
त्याचे माप 140^0 आहे.

90^0 पेक्षा अधिक/जास्त माप असणाऱ्या कोनास विशालकोन म्हणतात.

विशालकोनाचे माप 90^0 पेक्षा जास्त व 180^0 पेक्षा कमी असते.

क

कोनांची असमानता
(Inequality of Angles)



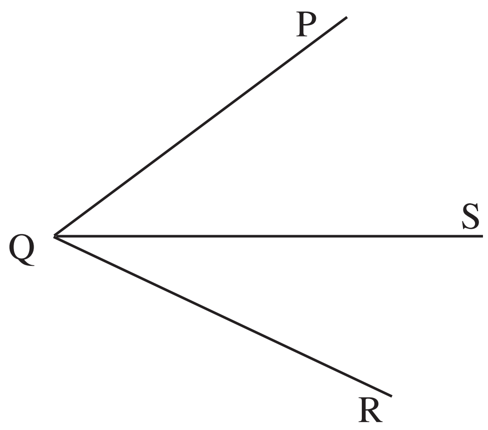
सोबतच्या आकृतीमधील $\angle ABC = x$ आणि $\angle PQR = y$

$x > y$

.. $\angle ABC > \angle PQR$

जर एका कोनाचे माप दुसऱ्या कोनाच्या मापापेक्षा अधिक असेल तर अधिक माप असणाऱ्या कोनास कमी माप असणाऱ्या कोनापेक्षा मोठा कोन म्हणतात. यालाच कोनाची असमानता म्हणतात.

कोनदुभाजक
(Angle Bisector)



सोबतच्या आकृतीमधील, $\angle PQR$ चा किरण QS हा कोन दुभाजक आहे.

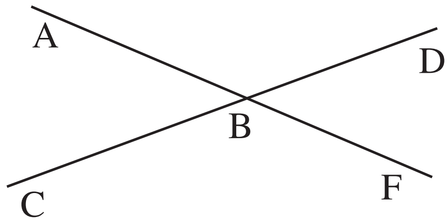
किरण QS हा $\angle PQR$ चे दोन समान भाग करतो.

$m\angle PQS = m\angle RQS = {}^{1}/_{2}\, m\angle PQR$

$\therefore \angle PQS = \angle RQS$

कोनाच्या शिरोबिंदूतून निघणाऱ्या आणि कोनाचे दोन एकरूप/समान मापाचे भाग करणाऱ्या किरणाला त्या कोनाचा कोनदुभाजक म्हणतात.

परस्पर विरूध्द कोन
(Vertically Opposite Angles)



सोबतच्या आकृतीत$\angle$ ABC व$\angle$ DBF हे विरूध्द कोन आहेत तसेच$\angle$ ABD आणि $\angle$CBF ही परस्पर विरूध्द कोनांची दुसरी जोडी आहे.

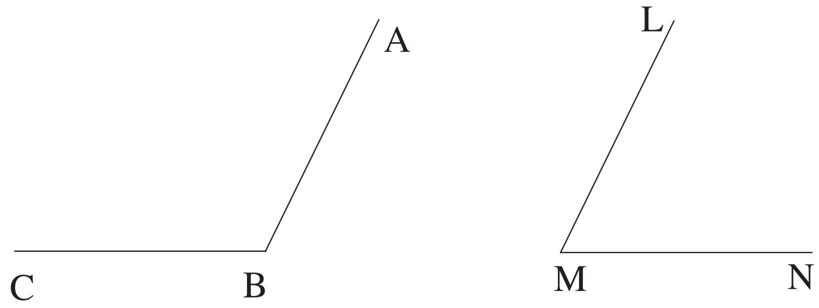
जर दोन कोनांच्या बाजुंनी विरुध्द किरणांच्या दोन जोड्या तयार होत असतील तर त्या कोनांना विरूध्द कोन म्हणतात.

विरूध्द कोनांच्या जोडीतील कोनांची मापे समान असतात. म्हणून,

$m\angle ABC = m\angle DBF$ आणि $m\angle ABD = m\angle CBF$

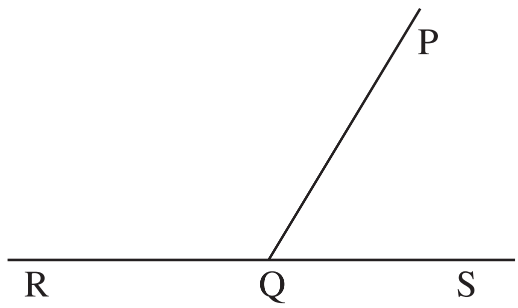
जेव्हा दोन रेषा एकमेकींना छेदतात तेव्हा त्यांच्या छेदनबिंदूजवळ विरूध्द कोनांच्या दोन जोड्या तयार होतात.

रेषीय जोडीतील कोन
(Angles in a Linear pair)



वरील आकृतीमध्ये $\angle ABC$ व $\angle LMN$ हे पूरककोन आहेत. कारण

$m\angle ABC + m\angle LMN = 180^0$



सोबतच्या आकृतीमध्ये $\angle PQR$ व $\angle PQS$ हे संलग्न कोन आहेत तसेच

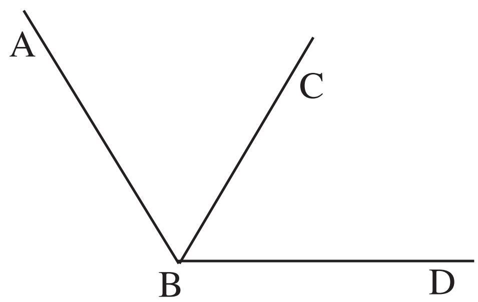
$m\angle PQR + m\angle PQS = 180^0$ म्हणून हे रेषीय जोडीतील कोन आहेत.

ज्या दोन संलग्न कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते अशा कोनांना रेषीय जोडीतील कोन म्हणतात.

जेव्हा दोन संलग्न कोनांच्या असमाईक भुजा विरूध्द किरण असतात तेव्हा त्या कोनांना रेषीय जोडीतील कोन म्हणतात.

रेषीय जोडीतील कोन हे एकमेकांचे पूरककोन असतातच परंतू कोणतेही दोन पूरककोन हे रेषीय जोडीतील कोन असतीलच असे नाही.

संलग्न कोन
(Adjacent Angles)

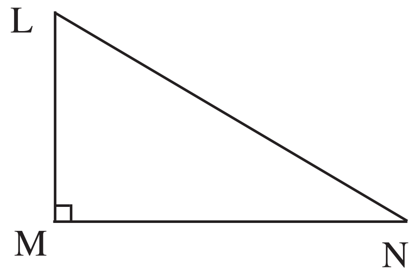


सोबतच्या आकृतीत $\angle ABC$ व $\angle CBD$ हे संलग्न कोन आहेत.

संलग्न म्हणजे एकमेकांना जोडलेले, लगतचे.

जर दोन कोनांचा शिरोबिंदू एकच असेल आणि त्या कोनांची एक बाजू/भुजा सामाईक असेल तसेच त्यांचे अंतर्भाग वेगवेगळे/भिन्न असतील व त्या कोनांच्या उरलेल्या बाजू समाईक बाजुंच्या विरूध्द अंगास असतील अशा कोनांना एकमेकांचे संलग्न कोन किंवा लगतचे कोन म्हणतात आणि त्या कोनांच्या जोडीला संलग्न कोनांची जोडी किंवा लगतच्या कोनांच्या जोडी असे संबोधतात.

काटकोन त्रिकोण
(Right Angled Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle LMN$ चा $\angle LMN$ हा काटकोन आहे.

म्हणून $\triangle LMN$ हा काटकोन त्रिकोण आहे.

त्रिकोणाचा एक कोन काटकोन असेल तर त्यास काटकोन त्रिकोण म्हणतात.

काटकोन त्रिकोणात त्रिकोणाच्या काटकोनाखेरीज उर्वरित दोन कोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते म्हणून वरील आकृतीत $m\angle L + m\angle N = 90^0$

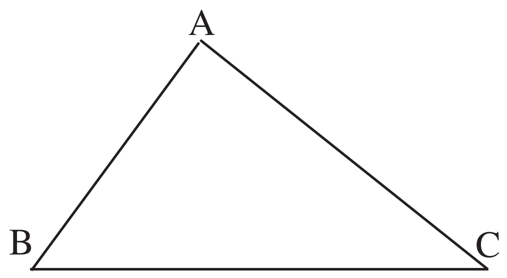
काटकोन त्रिकोणात कर्णाच्या लांबीचा वर्ग हा त्याच्या उरलेल्या दोन बाजूंच्या लांबीच्या वर्गांच्या बेरजे एवढा असतो.

म्हणजे काटकोन त्रिकोण LMN मध्ये,

$l(LN)^2 = l(LM)^2 + l(MN)^2$

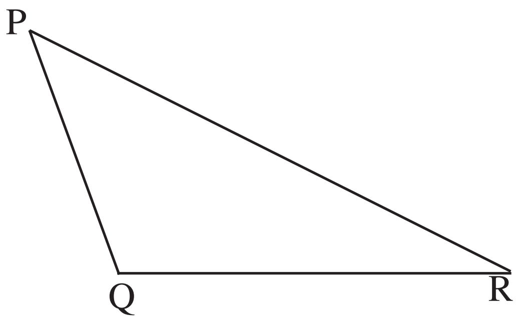
हाच पायथागोरसचा नियम होय.

लघुकोन त्रिकोण
(Acute Angled Triangle)



सोबतच्या आकृतीत, △ABC हा लघुकोन त्रिकोण दाखविलेला आहे.
या त्रिकोणाचा प्रत्येक कोन लघुकोन आहे.
ज्या त्रिकोणाचे तीनही कोन लघुकोन असतात तो लघुकोन त्रिकोण होय.
लघुकोन त्रिकोणाच्या प्रत्येक कोनाचे माप 90^0 पेक्षा कमी असते.

विशालकोन त्रिकोण
(Obtuse Angled Triangle)



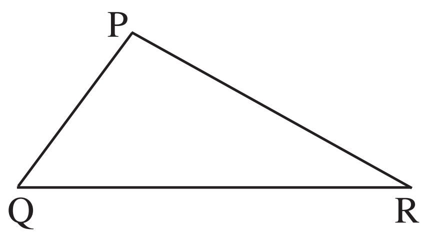
सोबतच्या आकृतीत $\triangle PQR$ दाखविलेला आहे.

या त्रिकोणाचा $\angle Q$ हा विशालकोन आहे. तर उरलेले $\angle P$, $\angle R$ हे लघुकोन आहेत. म्हणून $\triangle PQR$ हा विशालकोन त्रिकोण आहे.

ज्या त्रिकोणाचा एक कोन विशालकोन असतो त्या त्रिकोणाला विशालकोन त्रिकोण म्हणतात.

विशालकोन त्रिकोणात एक कोन विशालकोन तर उर्वरित दोन कोन लघुकोन असतात.

विषमभुज त्रिकोण
(Scalene Triangle)



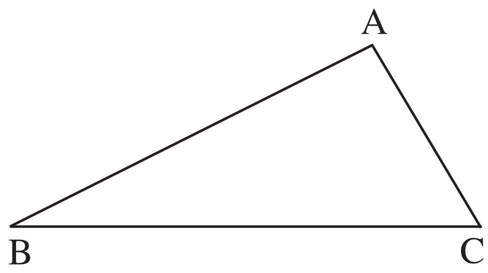
सोबतच्या आकृतीत $\triangle$ DEF च्या बाजू DE, बाजू EF, व बाजू DF वेगवेगळ्या लांबीच्या आहेत. म्हणजे $\triangle$ DEF हा विषमभूज त्रिकोण आहे.

विषम = वि + सम.

विषम म्हणजे जो सम (सारखा) नाही तो. असमान.

ज्या त्रिकोणाच्या तीनही बाजू असमान म्हणजे भिन्न लांबीच्या असतात त्या त्रिकोणाला विषमभूज त्रिकोण म्हणतात.

त्रिकोण
(Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle$ ABC दाखविला आहे. रेख AB, रेख BC व रेख CA या त्रिकोणाच्या बाजू आहेत. तसेच A, B, C हे या त्रिकोणाचे शिरोबिंदू होत आणि $\triangle$ABC चे $\angle$A, $\angle$B, $\angle$C हे तीन कोन आहेत. यांचे तीन अक्षरी वाचन $\angle$ABC, $\angle$BCA किंवा $\angle$CAB असे करतात. या त्रिकोणाचे वाचन $\triangle$ABC, $\triangle$BCA किंवा $\triangle$CAB असे करतात.

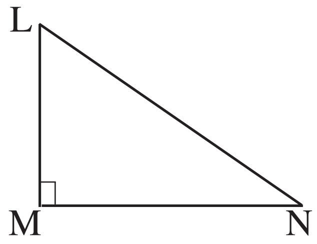
त्रिकोणाची प्रत्येक बाजू म्हणजे एक रेषाखंड होय. त्रिकोणाला तीन बाजू असतात. त्रिकोणाच्या दोन बाजू ज्या बिंदूत मिळतात त्या बिंदूला त्रिकोणाचा शिरोबिंदू म्हणतात. त्रिकोणाला असे तीन शिरोबिंदू असतात. त्रिकोणाच्या दोन बाजू व संबंधित शिरोबिंदू येथे एक कोन तयार होतो, त्रिकोणाला असे तीन कोन असतात.

तीन रेषाखंडांनी तयार होणाऱ्या बंदिस्त किंवा बंद आकृतीला त्रिकोण म्हणतात.

त्रि म्हणजे तीन

त्रिकोण म्हणजे तीन कोन असणारी बंदिस्त आकृती होय.

विषमभुज काटकोन त्रिकोण
(Scalene Right Angled Triangle)

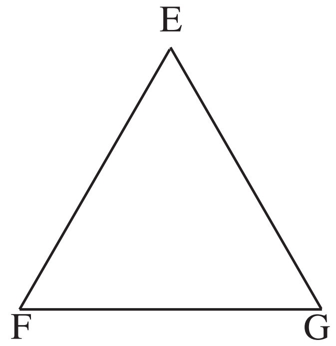


सोबतच्या आकृतीत $\triangle$LMN मध्ये बाजू LM, बाजू MN व बाजू LN यांची लांबी भिन्न/वेगवेगळी आहे आणि $\angle M = 90^0$.

$\triangle$ LMN हा विषमभुज काटकोन त्रिकोण होय.

ज्या त्रिकोणाच्या सर्व बाजूंची लांबी भिन्न असून एक कोन काटकोन असेल तर त्याला विषमभुज काटकोन त्रिकोण म्हणतात.

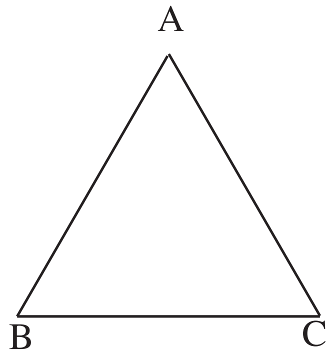
त्रिकोणी क्षेत्र
(Triangular Area)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle$ EFG चा अंतर्भाग छायांकित करून दाखविला आहे.

$\triangle$ EFG व त्याचा अंतर्भाग हे दोन्ही मिळून त्रिकोणी क्षेत्र बनेल. म्हणजेच कोणत्याही त्रिकोणाचा अंतर्भाग व तो त्रिकोण मिळून त्रिकोणी क्षेत्र तयार होते.

समभुज त्रिकोण
(Equilateral Triangle)



सोबतच्या आकृतीत रेख AB, रेख BC व रेख CA या त्रिकोण ABC च्या एकरूप बाजू आहेत. △ABC हा समभुज त्रिकोण आहे.

समभुज = सम + भुज

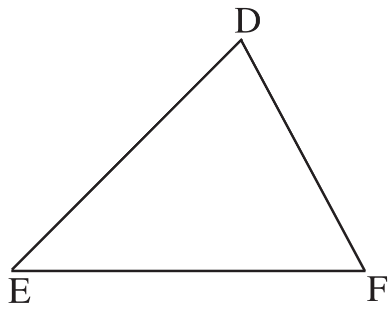
सम म्हणजे सारखा.

भुज म्हणजे बाजू.

समभुज म्हणजे सारख्या/एकरूप बाजु असलेला.

ज्या त्रिकोणाच्या तिन्ही बाजू एकरूप/समान लांबीच्या असतात त्या त्रिकोणाला समभुज त्रिकोण म्हणतात. समभुज त्रिकोणाचे तीनही कोन एकरूप असतात. समभुज त्रिकोणाचा प्रत्येक कोन 60^0 असतो.

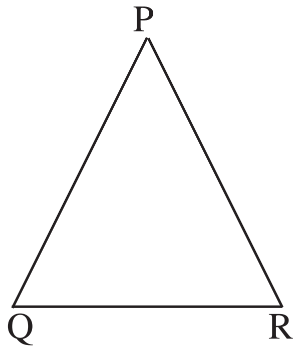
विषमभुज लघुकोन त्रिकोण
(Scalene Acute Angled Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle$DEF च्या बाजू DE, बाजू EF व बाजू DF या असमान लांबीच्या आहेत तसेच या त्रिकोणाचे तीनही कोन ($\angle$D, $\angle$E आणि $\angle$F) लघुकोन आहेत म्हणजेच हा विषमभुज लघुकोन त्रिकोण आहे.

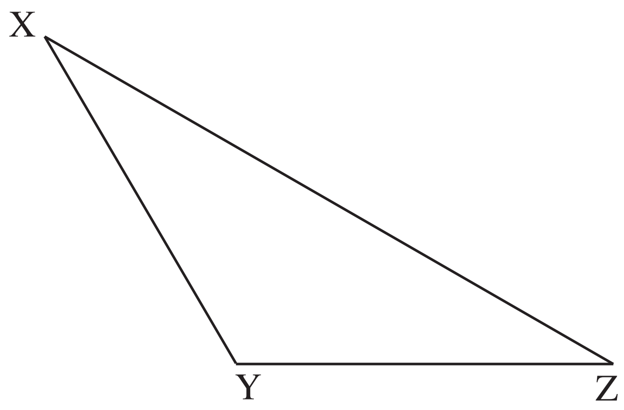
ज्या त्रिकोणाच्या तीनही बाजूंची/भुजांची लांबी भिन्न असेल आणि तीनही कोन लघुकोन असतील तर तो विषमभुज लघुकोन त्रिकोण होय.

समद्विभुज लघुकोन त्रिकोण
(Isosceles Acute Angled Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle PQR$ दाखविला आहे.
या त्रिकोणात बाजू PQ = बाजू PR आणि $\angle Q = \angle R$,
तसेच या त्रिकोणाचे तिन्ही कोन लघुकोन आहेत. म्हणजेच हा समद्विभुज लघुकोन त्रिकोण आहे.
ज्या त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजू समान लांबीच्या/एकरूप असून तीनही कोन लघुकोन असतात, तो समद्विभुज लघुकोन त्रिकोण होय. तसेच या त्रिकोणात एकरूप बाजूसमोरील कोनही समान मापाचे असतात.

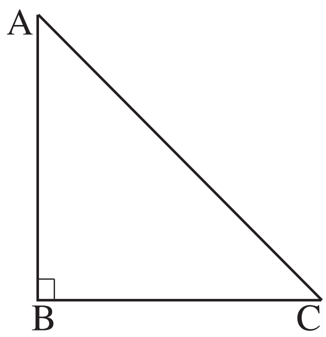
समद्विभुज विशालकोन त्रिकोण
(Isosceles Obtuse Angled Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle$ XYZ मध्ये बाजू XY = बाजू YZ आणि $\angle Y > 90^0$ म्हणजे हा समद्विभुज विशालकोन त्रिकोण होय.

त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजू समान एकरूप/सारख्या लांबीच्या असतील आणि एक कोन विशालकोन असेल तर त्या त्रिकोणाला समद्विभुज विशालकोन त्रिकोण म्हणतात.

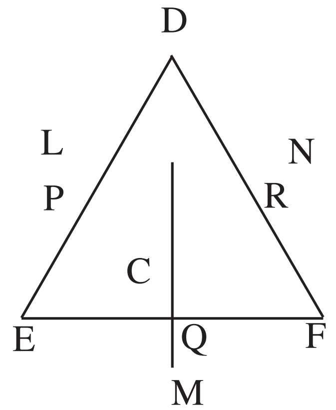
समद्विभुज काटकोन त्रिकोण
(Isosceles Right Angled Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle ABC$ मध्ये बाजू AB = बाजू BC, $\angle A = \angle C$ आणि $\angle B = 90^\circ$ म्हणून हा समद्विभुज काटकोन त्रिकोण आहे.

त्रिकोणाच्या तीन बाजूंपैकी कोणत्याही दोन बाजू एकरूप आणि एक कोन काटकोन असेल तर त्यास समद्विभुज काटकोन त्रिकोण म्हणतात. तसेच एकरूप बाजुसमोरील कोन एकरूप असतात.

त्रिकोणाच्या बाजूंचे लंबदुभाजक
(Perpendicular Bisectors of the Sides of Triangle)



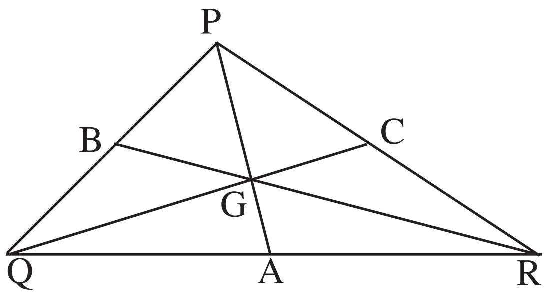
सोबतच्या आकृतीत $\triangle$DEF मध्ये, बाजू DE च्या P या मध्यबिंदूतून लंबरेषा L, बाजू EF च्या Q या मध्यबिंदूतून लंबरेषा M, बाजू DF च्या R या मध्यबिंदूतून लंबरेषा N काढल्या आहेत. बाजू DE चा लंबदुभाजक रेषा L, बाजू EF चा लंबदुभाजक रेषा M आणि बाजू DF चा लंबदुभाजक रेषा N आहेत.

हे तीनही लंबदुभाजक C या एकाच बिंदूत छेदतात. म्हणजेच हे तीनही लंबदुभाजक एकसंपाती आहेत. C हा त्यांचा संपात बिंदू आहे.

त्रिकोणाच्या बाजूच्या मध्यबिंदूतून जाणाऱ्या लंबरेषेला त्या बाजूचा लंबदुभाजक म्हणतात.

गुणधर्म– त्रिकोणाच्या तीनही बाजूंचे लंबदुभाजक एकसंपाती असतात.

त्रिकोणाच्या मध्यगा
(Medians of Triangle)



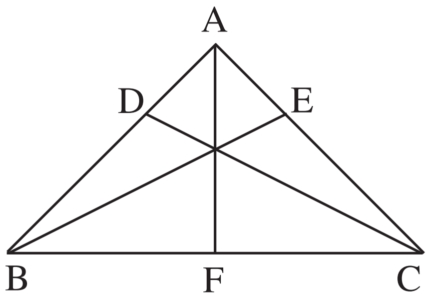
सोबतच्या आकृतीत $\triangle$PQR मध्ये बाजू PQ चा मध्यबिंदू B आहे. या बाजूसमोरील शिरोबिंदू R आहे. शिरोबिंदू R व बाजू PQ चा मध्यबिंदू B यांना जोडणारा रेषाखंड RB या त्रिकोणाची एक मध्यगा आहे. तसेच रेख PA आणि रेख QC ह्या उरलेल्या दोन मध्यगा आहेत.

या तीनही मध्यगा Q या एकाच बिंदूत छेदतात. म्हणजेच त्या एकसंपाती आहेत.

त्रिकोणाचा शिरोबिंदू व त्या समोरील बाजूचा मध्यबिंदू यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडास त्या त्रिकोणाची मध्यगा म्हणतात.

गुणधर्म– त्रिकोणाच्या तीनही मध्यगा एकसंपाती असतात.

त्रिकोणाचे शिरोलंब
(Altitudes of a Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle$ ABC च्या A या शिरोबिंदूतून बाजू BC वर लंब रेषाखंड AF, B या शिरोबिंदूतून बाजू AC वर रेख BE हा लंब आणि C या शिरोबिंदूतून बाजू AB वर लंब रेषाखंड CD काढले आहेत. वरील आकृतीत रेख AF, रेख BE व रेख CD हे $\triangle$ ABC चे शिरोलंब आहेत.

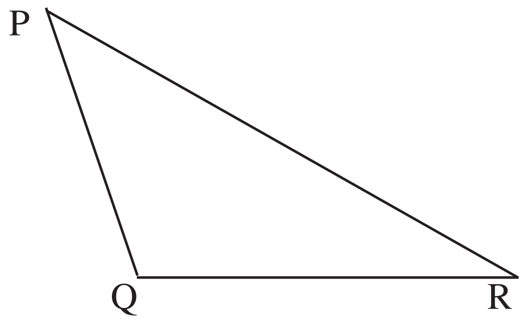
त्रिकोणाच्या शिरोबिंदुतून संमूख/समोरील बाजुवर काढलेल्या लंब रेषाखंडाला त्रिकोणाचा शिरोलंब म्हणतात.

त्रिकोणाचे तीनही शिरोलंब ज्या एकाच बिंदूत छेदतात तो बिंदू या शिरोलंबाचा संपात बिंदू होय.

त्रिकोणाच्या शिरोलंबालाच त्रिकोणाची उंची असेही संबोधले जाते.

गुणधर्म– त्रिकोणाचे तीनही शिरोलंब एकसंपाती असतात.

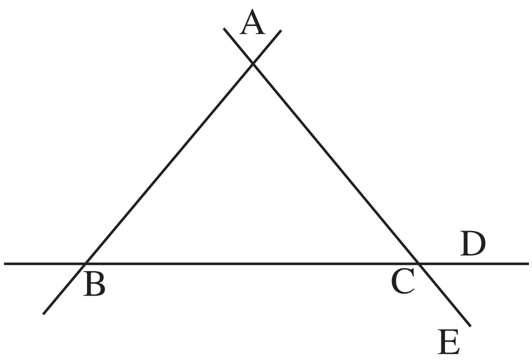
विषमभुज विशालकोन त्रिकोण
(Scalene Obtuse Angled Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle$PQR मध्ये रेख PQ, रेख QR आणि रेख PR या बाजूंची लांबी वेगवेगळी आहे. तसेच $\angle$Q हा विशालकोन आहे.

त्रिकोणाच्या तीनही बाजूंची लांबी असमान किंवा वेगवेगळी असून एक कोन विशालकोन असेल तर त्यास विषमभुज विशालकोन त्रिकोण म्हणतात.

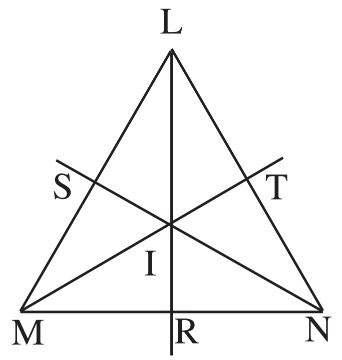
त्रिकोणाचा बाह्यकोन
(An Exterior Angle of Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle ABC$ च्या C या शिरोबिंदुजवळ (आंतरकोन ACB) $\angle ACD$ व $\angle BCE$ हे बाह्यकोन तयार होतात. अशा प्रकारे प्रत्येक शिरोबिंदुजवळ दोन या प्रमाणे तिन्ही शिरोबिंदुजवळ एकूण सहा बाह्यकोन तयार होतील. तसेच प्रत्येक शिरोबिंदुजवळ एकूण चार रेषीय कोनांच्या जोड्या तयार होतात म्हणून तीन शिरोबिंदुजवळ बारा रेषीयकोनांच्या जोड्या तयार होतील.

त्रिकोणाच्या कोणत्याही आंतरकोनाशी रेषीय जोडी तयार करणाऱ्या कोनास त्या त्रिकोणाचा बाह्यकोन म्हणतात.

त्रिकोणाचे कोनदुभाजक
(Angle Bisectors of a Triangle)

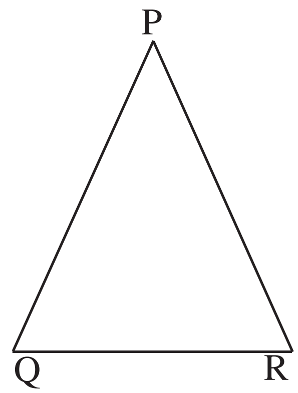


सोबतच्या आकृतीत $\triangle$LMN मध्ये किरण MT हा $\angle$LMN चा दुभाजक, किरण LR हा $\angle$MLN चा दुभाजक आणि किरण NS हा $\angle$LNM चा दुभाजक आहेत. हे तीनही कोन दुभाजक I या एकाच बिंदूत छेदतात. I हा $\angle$LMN च्या तीनही कोनदुभाजकांचा संपातबिंदू आहे. तसेच हे तीनही कोन दुभाजक एक संपाती आहेत.

त्रिकोणाच्या कोणत्याही शिरोबिंदूतून निघणाऱ्या आणि त्या शिरोबिंदूपाशी असलेल्या कोनचे दोन समान/एकरूप भाग करणाऱ्या किरणास त्रिकोणाचा कोन दुभाजक म्हणतात.

गुणधर्म– त्रिकोणाचे तीनही कोनदुभाजक एकसंपाती असतात.

समद्विभुज त्रिकोण
(Isosceles Triangle)



सोबतच्या आकृतीत $\triangle$PQR मध्ये रेख PQ व रेख PR ह्या बाजू एकरूप आहेत. तसेच या एकरूप बाजूसमोरील कोनसुध्दा समान मापाचे (एकरूप) आहेत. म्हणजे $\angle$Q व $\angle$R हे एकरूप आहेत. $\triangle$ PQR हा समद्विभुज त्रिकोण आहे.

समद्विभुज = सम +द्वि + भुज

सम म्हणजे सारखा.

द्वि म्हणजे दोन.

भुज म्हणजे बाजू.

समद्विभुज म्हणजे दोन सारख्या (एकरूप) बाजू असणारा.

त्रिकोणाच्या तीन बाजूंपैकी कोणत्याही दोन बाजू एकरूप असतील तर तो समद्विभुज त्रिकोण होय. तसेच या त्रिकोणात एकरूप बाजूसमोरील कोन देखील एकरूप/समान मापाचे असतात.

बिंदू
(Point)

. P

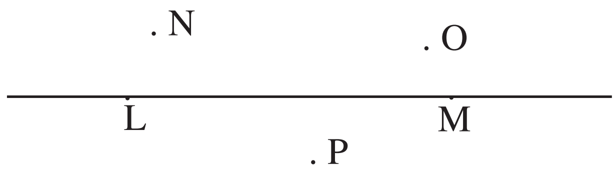
सोबतच्या आकृतीत बिंदू दाखविला आहे. तो बिंदू P होय.

अतिशय अणकुचीदार अशा टोकाने कागदावर टिंब काढल्यास बिंदू मिळतो. बिंदूला लांबी, रूंदी तसेच जाडीही नसते. मात्र बिंदूला स्थान असते.

बिंदूला नाव दैयासाठी इंग्रजी कॅपिटल अक्षराचा वापर करतात. जसे A, B, C इ.

सूईचे, टाचणीचे टोक ही बिंदूची उदाहरणे होत.

नैकरेषीय बिंदू
(Non-Collinear Points)



सोबतच्या आकृतीत L, M, N, O, P हे नैकरेषीय बिंदू दाखविलेले आहेत.

नैकरेषीय = न + एकरेषीय

नैकरेषीय म्हणजे एका रेषेवर नसणारे.

जेव्हा तीन किंवा त्यापेक्षा अधिक बिंदूतून जाणारी एकही रेषा काढता येत नसेल, तेव्हा त्या बिंदूंना नैकरेषीय बिंदू म्हणतात.

रेषाखंडाचा मध्यबिंदू
(Midpoint of Line Segment)

सोबतच्या आकृतीत P- M-Q आणि रेख PQ = रेख MQ नाही. म्हणून बिंदू M हा रेख PQ चा मध्यबिंदू नाही.

सोबतच्या आकृतीत A- M-B आणि रेख AM = रेख BM आहे. म्हणून बिंदू M हा रेख AB चा मध्यबिंदू होय.

दिलेल्या रेषाखंडाचे दोन समान म्हणजेच एकरूप भाग करणाऱ्या बिंदूस त्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू म्हणतात.

प्रत्येक रेषाखंडाला एक आणि एकच मध्यबिंदू असतो.

रेषाखंड
(Line Segment)

सोबतच्च्या आकृतीत रेषाखंड AB दाखविला आहे.

रेषाखंड म्हणजे रेषेचा तुकडा होय. रेषाखंडाला रेख असेही म्हणतात.

दोन बिंदुंच्या दरम्यान असणाऱ्या सर्व बिंदुंनी मिळून तयार होणाऱ्या संचाला रेषाखंड म्हणतात.

र

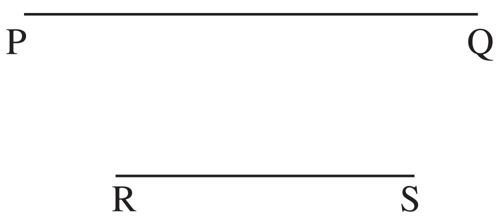
रेषाखंडाची लांबी
(Length of Line Segment)

सोबतच्या आकृतीत बिंदू P आणि बिंदू Q मधील अंतर म्हणजे रेषाखंड PQ ची लांबी होय रेषाखंड PQ ची लांबी l(PQ) ने दर्शवितात.

PQ = l(PQ) = d(P, Q)

रेषाखंडाच्या दोन टोकांमधील किंवा अंत्यबिंदूतील अंतराला रेषाखंडाची लांबी म्हणतात.

रेषाखंडाची असमानता
(Inequality of Line Segment)



सोबतच्या आकृतीत रेख PQ व रेख RS हे दोन रेषाखंड आहेत. रेख PQ हा रेख RS पेक्षा मोठा आहे. हेच $l(PQ) > l(RS)$ असे लिहितात.

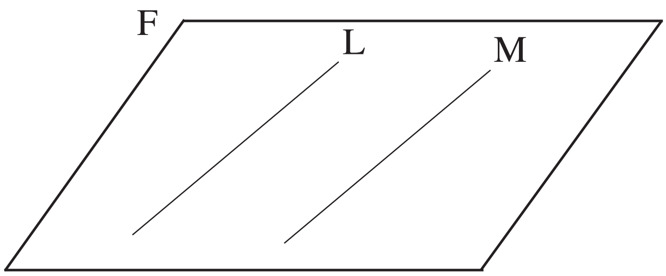
दिलेल्या दोन रेषाखंडांपैकी जेव्हा पहिल्या रेषाखंडाची लांबी दुसऱ्या रेषाखंडाच्या लांबीपेक्षा अधिक असते, तेव्हा पहिला रेषाखंड दुसऱ्या रेषाखंडापेक्षा मोठा आहे असे म्हणतात.

किरण
(Ray)

सोबतची आकृती किरण OP ची होय.

एकच टोक असलेल्या व एका बाजूला अमर्याद असलेल्या आकृतीला किरण असे म्हणतात.

समांतर रेषा
(Parallel Line)



रेषा L आणि रेषा M ह्या एकाच प्रतलात आहेत.

दोन्ही रेषा एकमेकीपासून समान अंतरावर आहेत त्यामुळे त्या रेषा कितीही वाढवल्या तरी छेदणार नाहीत. ह्या रेषा समांतर रेषा होत.

समांतर = सम + अंतर

समान अंतरावर असलेल्या रेषा म्हणजे समांतर रेषा.

एकच प्रतलात असणाऱ्या परंतु परस्परांना न छेदणाऱ्या रेषांना समांतर रेषा म्हणतात.

विरुध्द किरण
(Opposite Rays)

सोबतच्या आकृतीत किरण PQ व किरण PR हे परस्परांचे विरुध्द किरण आहेत.

Q, P, R हे एकरेषीय बिंदू असून Q-P-R आहे.

जेव्हा एकाच रेषेवरील दोन किरणांचा आरंभबिंदू सामाईक असतो व त्या किरणांची दिशा परस्पर विरूध्द असते तेव्हा त्या किरणांना परस्परांचे विरुध्द किरण म्हणतात.

२

रेषा
(Line)

सोबतच्या आकृतीत रेषा AB दाखविलेली आहे.

दोन्ही बाजूंनी अमर्याद असलेल्या आणि अनंत बिंदूंनी बनलेल्या संचाला रेषा म्हणतात.

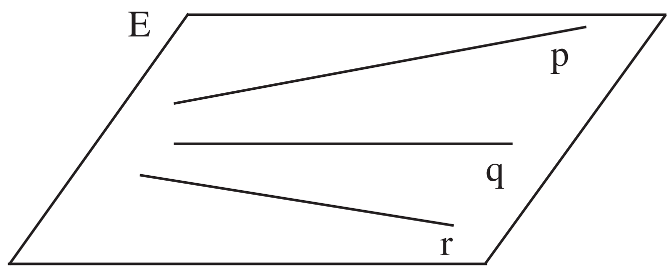
प्रतल
(Plane)

सोबतच्या आकृतीत प्रतल E दर्शविले आहे.

सर्व दिशांनी अमर्यादीत असलेल्या सपाट पृष्ठभागाला प्रतल असे म्हणतात.

इंग्रजी मोठ्या लिपीतील एखाद्या अक्षराने प्रतल दर्शवितात. जसे, प्रतल E, प्रतल F इ.

एकप्रतलीय रेषा
(Coplaner Lines)

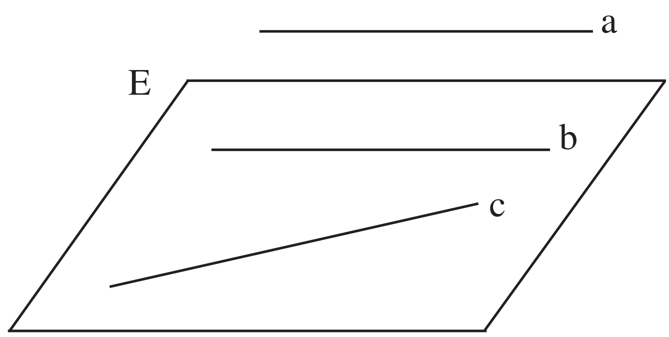


सोबतच्या आकृतीत p, q, r या रेषा एकप्रतलीय आहेत.

जर दिलेल्या रेषा एकाच प्रतलात समाविष्ट होत असतील तर त्या रेषांना एकप्रतलीय रेषा म्हणतात.

एकप्रतलीय म्हणजे एकाच प्रतलात असलेले.

नैकप्रतलीय रेषा
(Non-Coplaner Lines)



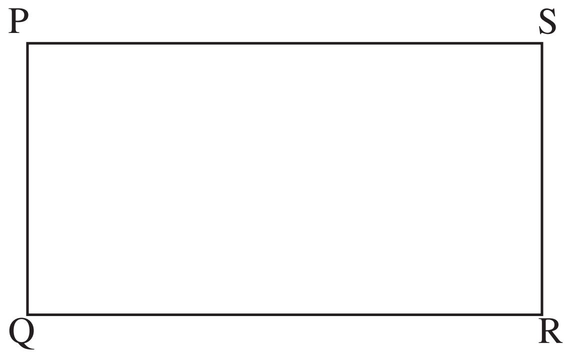
सोबतच्या आकृतीत रेषा a, रेषा b, रेषा c या नैकप्रतलीय रेषा आहेत.

जर दिलेल्या रेषा एकाच प्रतलात समाविष्ट होत नसतील तर त्या रेषा नैकप्रतलीय रेषा होत.

नैकप्रतलीय = न + एकप्रतलीय

एकाच प्रतलात नसणारे म्हणजे नैकप्रतलीय.

आयत
(Rectangle)



□PQRS ही आयताची आकृती आहे.

चौकोन PQRS मध्ये,

l(PQ) = l(SR) आणि l(PS) = l(QR)

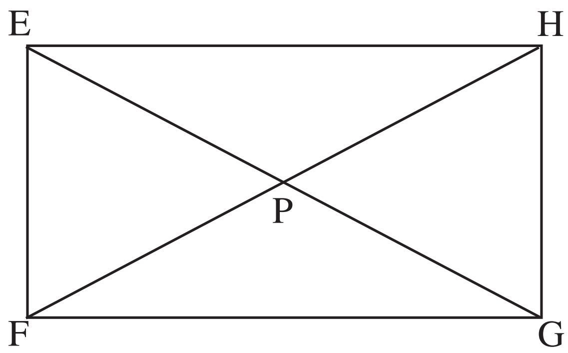
तसेच,

$m\angle P$, $m\angle Q$, $m\angle R$, $m\angle S$ हे प्रत्येकी 90^0 मापाचे आहेत. म्हणजेच आयताच्या समोरासमोरच्या बाजू एकरूप आहेत आणि प्रत्येक कोन काटकोन आहे.

आयत हा एक चौकोन आहे.

ज्या चौकोनाच्या समोरासमोरच्या बाजू एकरूप असतात आणि सर्व कोन काटकोन असतात तो चौकोन आयत होय.

आयताचे गुणधर्म
(Properties of Rectangle)



सोबतच्या आकृतीत □EFGH हा आयत आहे.

या चौकोनात,

भुजा EF = भुजा HG आणि भुजा EH = FG तसेच,

कर्ण FH = कर्ण EG आणि FP = Hp = $^1/_2$ FH, EP = GP = $^1/_2$ EG

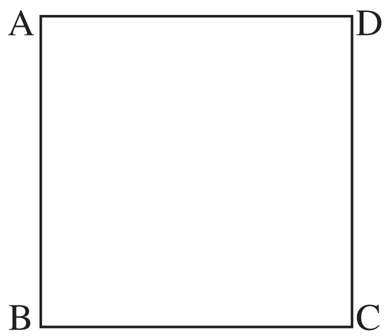
यावरून आयताचे पुढील गुणधर्म लक्षात येतात.

१. आयताच्या संमूख भुजा एकरूप असतात.

२. आयताचे कर्ण एकरूप असतात.

३. आयताचे कर्ण एकमेकांना दुभागतात.

चौरस
(Square)



सोबतच्या आकृतीत □ABCD हा चौरस आहे.

□ABCD मध्ये,

l(AB) = l(BC) आणि l(CD) = l(DA)

आणि

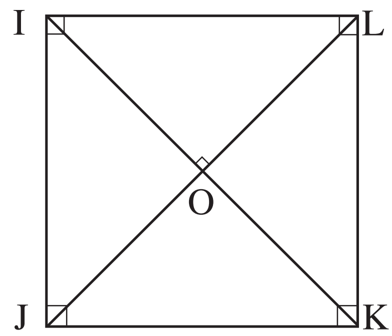
$m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90^0$

म्हणजे आयताच्या चारही बाजू समान/सारख्या लांबीच्या आहेत आणि सर्व कोन काटकोन आहेत.

चौरस हा एक चौकोन आहे.

ज्या चौकोनाच्या सर्व बाजू एकरूप व प्रत्येक कोन काटकोन असतो त्या चौकोनास चौरस असे संबोधतात.

चौरसाचे गुणधर्म
(Properties of Square)



सोबतच्या आकृतीत □IJKL हा चौरस आहे.

□IJKL या चौरसात,

कर्ण JL = कर्ण IK

JL या कर्णासाठी l(JO) = l(LO)

आणि IK या कर्णासाठी l(IO) = l(KO)

$m\angle I = m\angle J = m\angle K = m\angle L = 90^0$

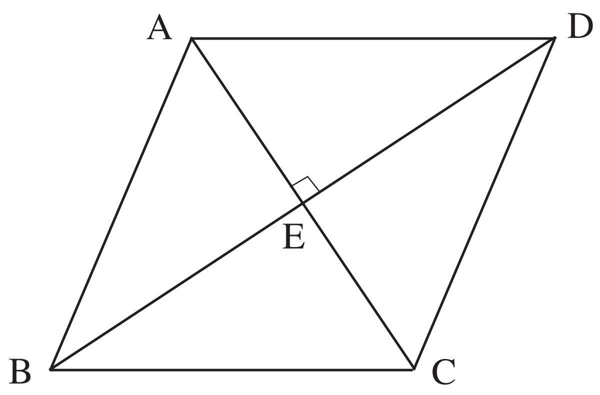
यावरून चौरसाचे पुढील गुणधर्म लक्षात येतात.

१. चौरसाचे कर्ण एकरूप असतात.

२. चौरसाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

३. चौरसाचे कर्ण परसपरांचे लंबदुभाजक असतात.

समभुज चौकोनाचे गुणधर्म
(Properties of Rhombus)



सोबतच्या आकृतीत,□ABCD या समभुज चौकोनामध्ये,

l(BE) = l(DE) - कर्ण BD साठी

l(AE) = l(CE) - कर्ण AC साठी

तसेच,

$m\angle AEB = m\angle AED = m\angle BEC = m\angle CED = 90^0$

आणि $m\angle ABC = m\angle ADC$, $m\angle BAD = m\angle BCD$

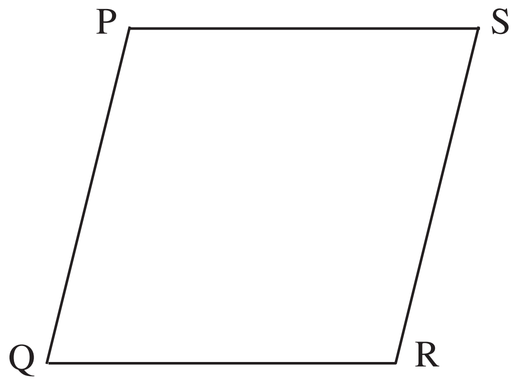
यावरून खालील गुणधर्म आढळतात.

१. समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

२. समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

३. समभुज चौकोनाचे संमूख कोन एकरूप असतात.

समभुज चौकोन
(Rhombus)



सोबतची आकृती समभुज चौकोनाची आहे.

□PQRS मध्ये,

l(PQ) = l(QR) = l(RS) = l(SP),

म्हणजे या चौकोनाच्या सर्व बाजू एकरूप आहेत.

समभुज = सम + भुज.

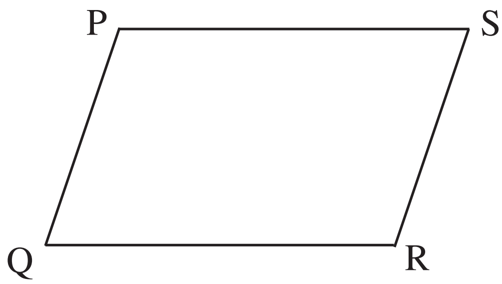
सम म्हणजे सारखा.

भुज म्हणजे बाजू.

समभुज म्हणजे सारख्या (एकरूप) बाजू असलेला.

ज्या चौकोनाच्या चारही बाजू एकरूप/समान लांबीच्या असतात त्या चौकोनास समभुज चौकोन म्हणतात.

समांतरभुज चौकोन
(Parallelogram)

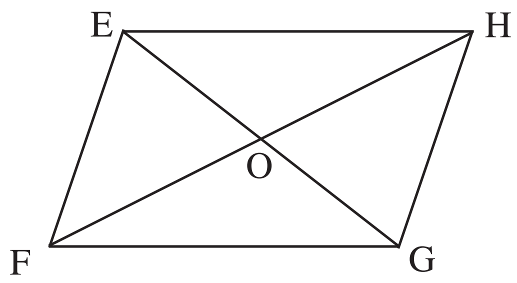


सोबतच्या आकृतीत □PQRS हा समांतरभुज चौकोन आहे.

या चौकोनाच्या संमूख बाजू म्हणजे बाजू PS व बाजू QR आणि बाजू PQ व बाजू SR या परस्परांना समांतर आहेत.

ज्या चौकोनाच्या संमूख/समोरासमोरील बाजू समांतर असतात त्या चौकोनास समांतरभुज चौकोन म्हणतात.

समांतरभुज चौकोनाचे गुणधर्म
(Properties of Parallelogram)



सोबतच्या आकृतीत, □EFGH हा समांतरभुज चौकोन दाखविला आहे.

या चौकोनात, FH व EG हे कर्ण आहेत.

भुजा EF = भुजा HG, भुजा EH = भुजा FG,

$\angle EFG = \angle EHG, \angle HEF = \angle FGH$

तसेच $FO = OH = {}^1/_2\, FH$, $EO = GO = {}^1/_2\, EG$

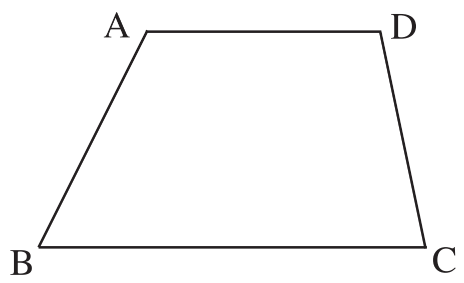
यावरून या चौकोनाचे खालील गुणधर्म दिसून येतात.

१. समांतरभुज चौकोनाच्या संमूख बाजू एकरूप असतात.

२. समांतरभुज चौकोनाचे संमूख कोन एकरूप असतात.

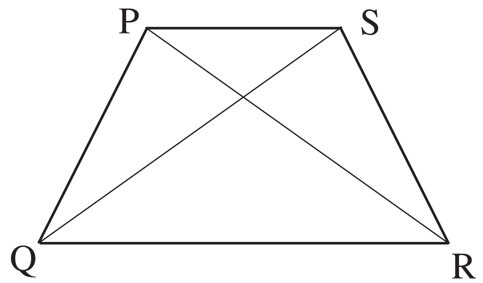
३. समांतरभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

समलंब चौकोन
(Trapezium)



सोबतच्या आकृतीत, □ABCD मध्ये, बाजू AD व बाजू BC परस्परांना समांतर आहेत.
तर बाजू AB व बाजू DC या समांतर नाहीत.
AD व BC या समांतर रेषांची AB व DC या छेदिका आहेत. A आणि B तसेच D आणि C हे आंतरकोन आहेत.
□ABCD हा समलंब चौकोन आहे.
ज्या चौकोनाच्या संमूख बाजूंची केवळ एकच जोडी समांतर असेल तर तो समलंब चौकोन होय.
या चौकोनात प्रत्येक असमांतर बाजुंच्या अंत्यबिंदुजवळ होणारे कोन परस्परांचे पूरककोन असतात.
वरील आकृतीत, $m\angle A + m\angle B = 180^0$ आणि
$m\angle D + m\angle C = 180^0$
म्हणजे समलंब चौकोनाच्या असमांतर बाजुंच्या टोकाजवळ होणाऱ्या कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

समद्विभुज समलंब चौकोन
(Isoceles Trapezim)



सोबतच्या आकृतीत, □PQRS हा समद्विभुज समलंब चौकोन आहे.

□PQRS मध्ये, भुजा PS ॥ भुजा QR

असमांतर बाजू PQ = बाजू SR तसेच,

$m\angle P = m\angle S$ आणि $m\angle Q = m\angle R$

कर्ण QS = कर्ण PR

ज्या समलंब चौकोनाच्या असमांतर भुजा एकरूप असतात त्या चौकोनास समद्विभुज समलंब चौकोन म्हणतात.

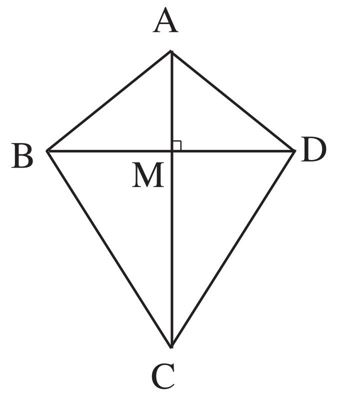
समद्विभुज समलंब चौकोनात

१. असमांतर बाजुंची जोडी एकरूप असते.

२. या चौकोनाचे कर्ण एकरूप असतात.

३. प्रत्येक समांतर बाजुच्या टोकालगतचे कोन एकरूप असतात.

पतंग
(Kite)



सोबतच्या आकृतीत, □ABCD मध्ये,

रेख AB = रेख AD, रेख BC = रेख CD

कर्ण AC > कर्ण BD, रेख BM = रेख DM

∠B = ∠D, चौकोन ABCD हा पतंग आहे.

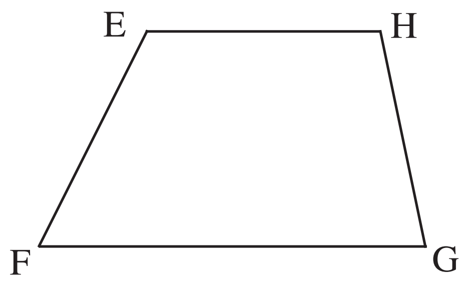
पतंग हा चौकोनाचा एक प्रकार आहे.

ज्या चौकोनाच्या लगतच्या लहान आणि मोठ्या बाजू एकरूप असतात तो चौकोन पतंग होय.

पतंगाच्या संमूख कोनांची एक जोडी एकरूप असून त्याचे कर्ण परस्परांना लंब असतात.

पतंगाच्या एकरूप बाजुंचे छेदनबिंदू जोडणारा कर्ण दुसऱ्या कर्णाला काटकोनात दुभागतो.

चौकोनी क्षेत्र
(Quadrilateral Region)

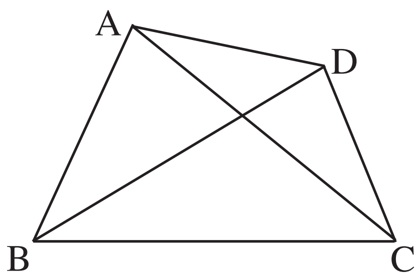


सोबतच्या आकृतीत, □EFGH चा अंतर्भाग छायांकित केला आहे.
चौकोनावरील बिंदू व चौकोनाच्या अंतर्भागातील बिंदू मिळून चौकोनी क्षेत्र तयार होते.

चौकोन
(Quadrilateral)

चौ = चार.

चौकोन म्हणजे चार कोन असणारा.



सोबतच्या आकृती चौकोनाची आहे.

हा □ABCD आहे.

A, B, C, D हे चौकोनाचे शिरोबिंदू आहेत. चौकोनाला चार शिरोबिंदू असतात.

रेख AB, रेख BC, रेख CD आणि रेख DA या चौकोनाच्या बाजू आहेत.

चौकोनाला चार बाजू असतात.

$\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ हे चौकोनाचे कोन आहेत.

चौकोनाला चार कोन असतात.

चौकोनाचे संमूख शिरोबिंदू जोडणारा रेषाखंड चौकोनाचा कर्ण होय.

वरील आकृतीत रेख AC व रेख BD हे चौकोनाचे कर्ण आहेत. हे चौकोनाचे घटक आहेत.

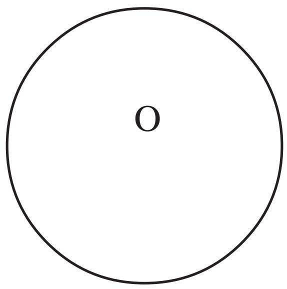
चौकोन ही चार बाजूंनी/रेषाखंडांनी होणारी सपाट बंदिस्त आकृती होय.

□ABCD मध्ये,

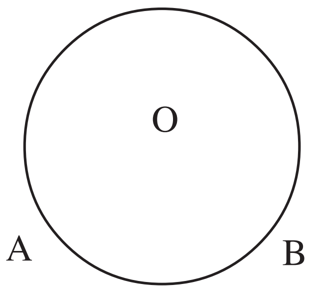
$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

चौकोनाच्या चारही कोनांच्या मापांची बेरीज 360^0 असते.

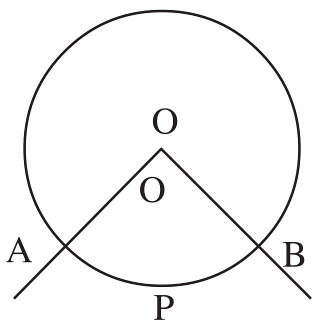
केंद्रीय कोन
(Central Angle)



O केंद्र असलेले एक वर्तुळ घेऊ.



A व B हे वर्तुळावरील कोणतेही दोन बिंदू आहेत. जर OA व OB जोडले तर O या केंद्राजवळ कोन तयार होतो.

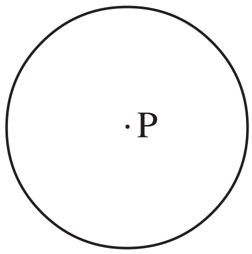


O हा वर्तुळाचा केंद्र असून $\angle$ AOB चा शिरोबिंदू आहे. म्हणून $\angle$ AOB हा केंद्रीय कोन आहे.

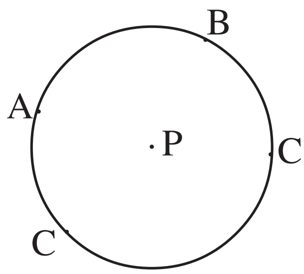
वर्तुळ प्रतलातील ज्या कोनाचा शिरोबिंदू हा त्या वर्तुळाचा केंद्र असतो. त्या कोनाला केंद्रीय कोन असे म्हणतात.

वर्तुळ
(Circle)

पुढील आकृती पहा.



हे एक वर्तुळ आहे. हे वर्तुळ एकाच प्रतलात आहे. बिंदू P हा त्याचा केंद्र बिंदू आहे.



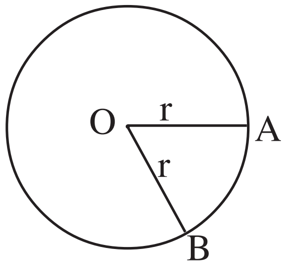
वर्तुळावर काही बिंदू आहेत. बिंदू A, B, C, D हे केंद्रबिंदू P पासून सारख्याच (समान) अंतरावर आहेत.

दिलेल्या प्रतलातील एका स्थिर बिंदुपासून समान अंतरावरील सर्व बिंदुंच्या संचाला वर्तुळ म्हणतात.

वर्तुळ ही एक बंद आकृती होय.

वर्तुळाची उदाहरणे- बांगडी, कुकरची रिंग वगैरे.

वर्तुळाची त्रिज्या
(Radius of a Circle)

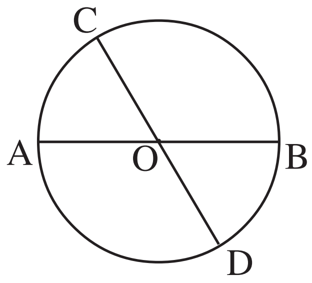


सोबतची आकृती वर्तुळाची आहे. वर्तुळ केंद्र O आणि बिंदू A किंवा बिंदू B मधील अंतर वर्तुळाची त्रिज्या (r) आहे.

वर्तुळावरील कोणताही बिंदू त्याच्या मध्यापासून ठराविक अंतरावर असतो. हे ठराविक अंतर म्हणजे वर्तुळाची त्रिज्या होय. वर्तुळाला असंख्य त्रिज्या असतात.

वर्तुळाचा केंद्रबिंदू/मध्य आणि वर्तुळावरील कोणताही बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडास वर्तुळाची त्रिज्या म्हणतात.

वर्तुळाचा व्यास
(Diameter of a Circle)



सोबतची आकृती वर्तुळाची आहे. O हा वर्तुळमध्य आहे. रेख AB, रेख CD हे वर्तुळाचे व्यास आहेत.

वर्तुळमध्यातून जाणाऱ्या आणि वर्तुळावरील कोणतेही दोन बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला वर्तुळचा व्यास म्हणतात.

किंवा वर्तुळकेंद्रातून जाणाऱ्या जीवेस वर्तुळाचा व्यास म्हणतात.

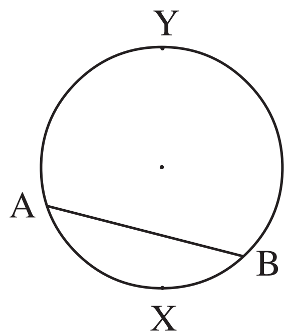
वर्तुळाला असंख्य व्यास असतात.

व्यास ही वर्तुळाची सर्वात मोठी जीवा असते. वर्तुळाचा व्यास हा त्याच्या त्रिज्येच्या दुप्पट असतो.

जर वर्तुळाची त्रिज्या r आणि व्यास d असेल तर,

$d = 2r$

वर्तुळखंड
(Segment of a Circle)

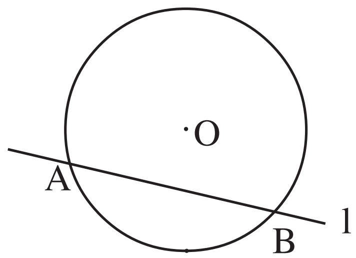


वर्तुळाची जीवा वर्तुळाकृती क्षेत्राला दोन भागात विभागते. तो प्रत्येक भाग म्हणजे वर्तुळखंड होय. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेख AB ही वर्तुळाची जीवा असून तिच्यामुळे वर्तुळाचे दोन भाग होतात. AXB हा लघुवर्तुळखंड आहे. तर AYB हा विशाल वर्तुळखंड आहे.

वर्तुळखंडामध्ये वर्तुळकेंद्राचा समावेश असेल तर तो विशाल वर्तुळखंड (Major segment of a circle) असतो.

तसेच ज्या वर्तुळखंडामध्ये वर्तुळकेंद्र नाही तो लघुवर्तुळखंड (Minor segment of a circle) असतो.

वर्तुळाची वृत्तछेदिका
(Secant of a Circle)



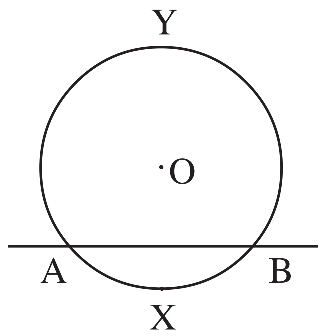
शेजारील आकृतीत वर्तुळ दाखविलेले आहे.

रेषा l ही वर्तुळाची वृत्तछेदिका आहे.

A आणि B हे त्यांचे छेदनबिंदू आहेत.

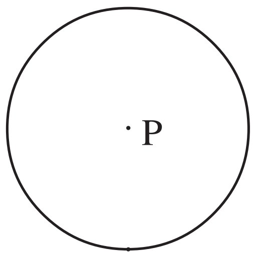
वर्तुळाला दोन भिन्न बिंदूत छेदणाऱ्या रेषेला वर्तुळाची वृत्तछेदिका म्हणतात.

वर्तुळ कंस
(Arc of a Circle)

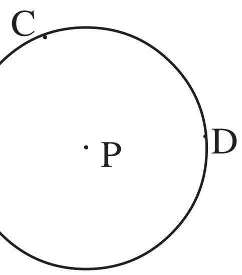


सोबतच्या आकृतीत, रेषा AB ही वर्तुळाची वृत्तछेदिका आहे.
वृत्तछेदिकेमुळे वर्तुळाचे दोन भागात विभाजन होते. हा प्रत्येक भाग म्हणजे वर्तुळकंस होय.
वर्तुळकंस हा वर्तुळाचाच एक भाग असतो. म्हणजे तो वर्तुळाच्या वक्र रेषेचा तुकडा असतो.
वर्तुळकंसाला दोन टोके असतात.
वृत्तछेदिकेच्या ज्या अंगास वर्तुळकेंद्र आहे त्या बाजुकडील वर्तुळकंसास विशाल कंस (Major Arc) म्हणतात. आकृतीमध्ये कंस AYB हा विशाल कंस आहे .
तसेच वृत्तछेदिकेच्या ज्या अंगास वर्तुळकेंद्र नाही त्या बाजुकडील वर्तुळकंसास लघुकंस (Minor Arc) म्हणतात. आकृतीमध्ये कंस AXB हा लघुकंस आहे.

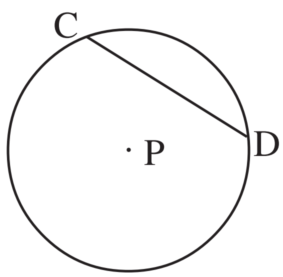
वर्तुळाची जीवा
(Chord of a Circle)



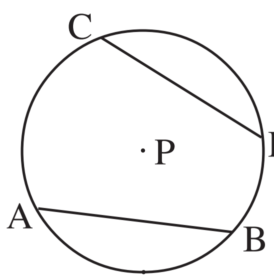
सोबतची आकृतीत P केंद्र असलेले वर्तुळ आहे.



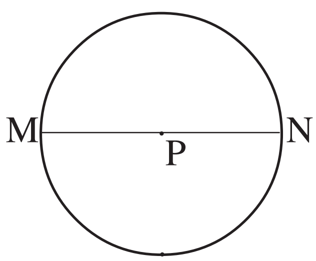
वर्तुळावर C व D हे दोन बिंदू आहेत.



C व D हे दोन बिंदू जोडल्यास आपल्याला वर्तुळाची जीवा मिळते.
वर्तुळावरील कोणत्याही दोन बिंदुंना जोडणाऱ्या
रेषाखंडास वर्तुळाची जीवा म्हणतात.

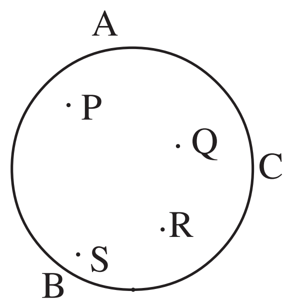


आकृतीमध्ये, रेख AB व रेख CD या वर्तुळाच्या जीवा आहेत.
वर्तुळाला असंख्य जीवा असतात.



वर्तुळकेंद्रातून जाणाऱ्या जीवेला व्यास असे म्हणतात.
आकृतीमध्ये रेख MN हा व्यास आहे.
वर्तुळाचा व्यास ही वर्तुळाची सर्वात मोठी जीवा असते.

वर्तुळक्षेत्र
(Circular Region)

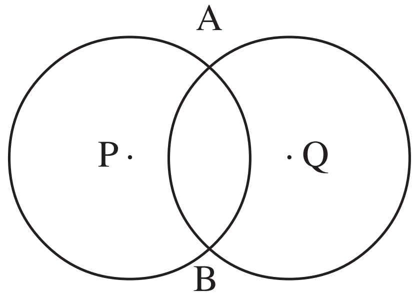


सोबतच्या आकृतीमध्ये, वर्तुळक्षेत्र छायांकीत करून दाखवलेले आहे.

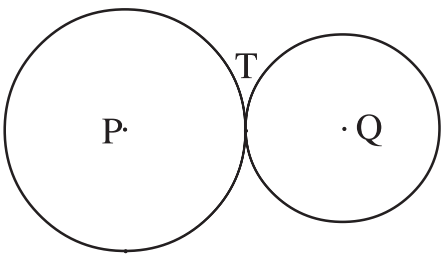
बिंदू A, B, C हे वर्तुळावरील बिंदू आहेत. तर P, Q, R, S हे वर्तुळाच्या अंतर्भागातील बिंदू आहेत.

बिंदू A, B, C, P, Q, R, S यांसारखे सर्व बिंदू मिळून वर्तुळक्षेत्र तयार होते.

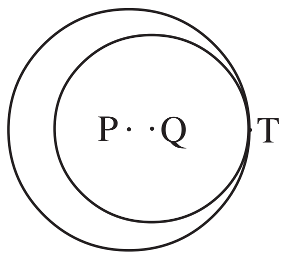
छेदणारी वर्तुळे
(Intersecting Circles)



सोबतच्या आकृतीत, बिंदू A आणि बिंदू B हे वर्तुळांना सामाईक बिंदू आहेत. म्हणून ही दोन्ही वर्तुळे छेदणारी वर्तुळे आहेत. ज्या वर्तुळांना फक्त दोनच सामाईक बिंदू असतात त्यांना छेदणारी वर्तुळे म्हणतात.



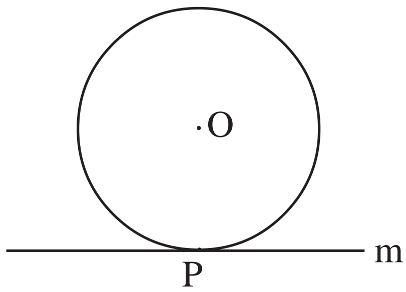
आकृती (a)



आकृती (b)

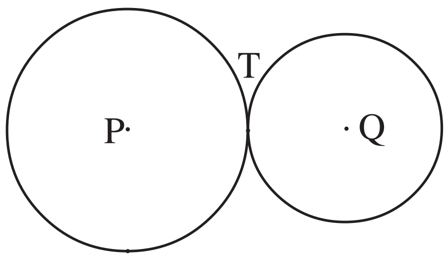
ज्या एकप्रतलीय वर्तुळांना एकच बिंदू सामाईक असतो त्यांना स्पर्शवर्तुळे (छेदणारी वर्तुळे) म्हणतात.

वर्तुळाची स्पर्शिका
(Tangent of a Circle)

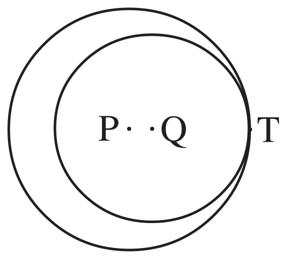


सोबच्या आकृतीत, रेषा m ही वर्तुळाची स्पर्शिका आहे आणि बिंदू P हा स्पर्शबिंदू आहे.
वर्तुळप्रतलातील जी रेषा वर्तुळाला एकाच बिंदूत छेदते ती रेषा वर्तुळाची स्पर्शिका होय.

स्पर्श वर्तुळे
(Touching Circles)



आकृती (a)



आकृती (b)

ज्या एकप्रतलीय वर्तुळांना एकच बिंदू सामाईक असतो त्यांना स्पर्शवर्तुळे म्हणतात.

स्पर्शवर्तुळांचे केंद्रबिंदू आणि स्पर्शबिंदू हे एकरेषीय असतात.

वर्तुळाच्या सामाईक बिंदुला स्पर्श बिंदू म्हणतात.

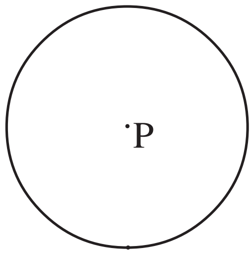
वरील आकृती (a) मध्ये, बाह्यस्पर्शी वर्तुळे दाखविली आहेत.

बाह्यस्पर्शी वर्तुळांच्या (Externally Touching) केंद्रबिंदुमधील अंतर त्यांच्या त्रिज्यांच्या बेरजेइतके असते.

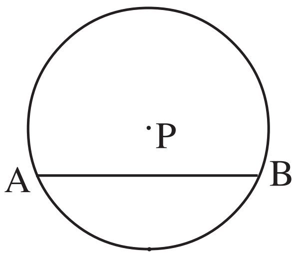
आकृती (b) मध्ये, अंतःस्पर्शी वर्तुळे आहेत.

अंतःस्पर्शी वर्तुळांच्या (Internally Touching) केंद्रबिंदुमधील अंतर त्यांच्या त्रिज्यांच्या फरकाइतके (वजाबाकी इतके) असते.

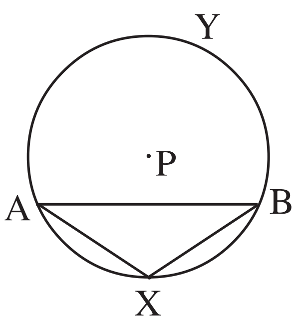
वर्तुळखंडातील कोन
(Angles in Segment of a Circles)



सोबतच्या आकृतीत P केंद्र असलेले वर्तुळ दाखविले आहे.

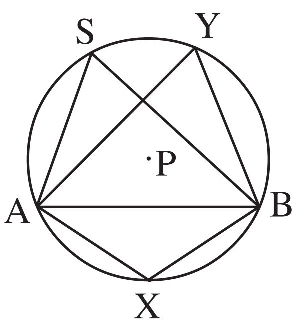


जीवा AB मुळे वर्तुळाचे दोन खंड होतात.



AXB हा लघुवर्तुळखंड आहे आणि AYB हा विशालवर्तुळखंड आहे.

$\angle AXB$ हा लघुवर्तुळखंडातील कोन आहे.



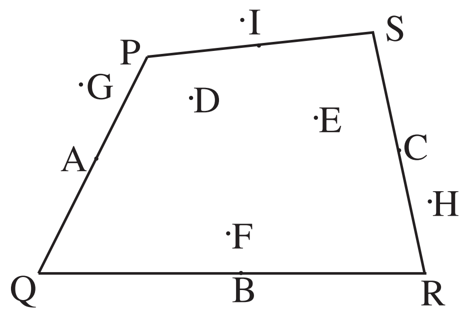
$m\angle AXB = 110^0$ तसेच $m\angle AYB = 70^0$

यावरून लक्षात येते की, लघुवर्तुळखंडातील कोन हा विशालकोन असतो तर विशाल वर्तुळखंडातील कोन हा लघुकोन असतो.

वरील आकृतीत, $m\angle AYB = 70^0$ आणि $m\angle ASB = 70^0$

म्हणजेच, एकाच वर्तुळखंडातील कोन एकरूप असतात.

चौकोनाचा अंतर्भाग व बाह्यभाग
(Interior & Exterior of a Quadrilateral)



चौकोनामुळे चौकोनाच्या प्रतलातील बिंदुंचे तीन भागात विभाजन होते.

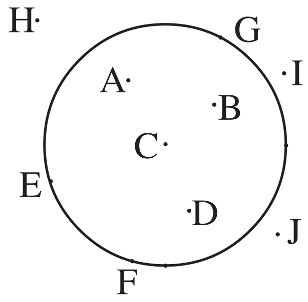
बाजूच्या आकृतीत, □ PQRS मध्ये P, A, Q, B, R, C, S हे चौकोनावरील बिंदू आहेत.

बिंदू D, E, F हे बिंदू □PQRS च्या अंतर्भागात आहेत. यासारखे सर्व बिंदू मिळून चौकोनाचा अंतर्भाग बनतो.

बिंदू G, I, H हे बिंदू □PQRS च्या बाह्य भागात आहेत. यासारखे सर्व बिंदू मिळून चौकोनाचा बाह्यभाग तयार होईल.

यावरून आढळून येते की, प्रतलातील काही बिंदू चौकोनावर, काही बिंदू चौकोनाच्या अंतर्भागात तर उरलेले बिंदू चौकोनाच्या बाह्यभागात असतात.

वर्तुळाचा अंतर्भाग व बाह्यभाग
(Interior & Exterior of a Circle)



सोबतच्या आकृतीत, C केंद्र असलेले वर्तुळ दाखविले आहे.

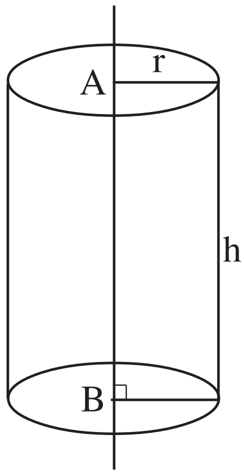
E, F व G हे बिंदू वर्तुळावर आहेत.

छायांकीत केलेल्या भागास वर्तुळाचा अंतर्भाग म्हणतात. येथे A, B, C आणि D हे बिंदू वर्तुळाच्या अंतर्भागात आहेत.

छायांकीत नसलेल्या भागास वर्तुळाचा बाह्यभाग असे म्हणतात. येथे H, I, J हे बिंदू वर्तुळाच्या बाह्यभागात आहेत.

वर्तुळाच्या अंतर्भागात, वर्तुळावर तसेच वर्तुळाच्या बाह्यभागात असंख्य बिंदू असतात.

वृत्तचिती
(Cylinder)



सोबतची आकृती वृत्तचितीची आहे.

वृत्त म्हणजे वर्तुळ.

ज्या चितीचा तळ आणि माथा वर्तुळाकार असतो त्या चितीला वृत्तचिती म्हणतात.

वृत्तचिती म्हणजेच दंडगोल होय.

आकृतीत r ही चितीच्या वर्तुळाकार पृष्ठाची त्रिज्या आहे. तर h ही उंची आहे.

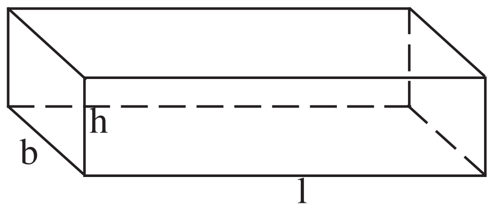
वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठ वर्तुळाकार पृष्ठांना लंब असते. म्हणून या आकृतीला लंबवृत्तचिती असेही म्हणतात.

वृत्तचितीची दोन एकरूप वर्तुळाकृती पृष्ठे परस्परांना समांतर असतात.

वृत्तचितीचा तळ आणि माथा यांना जोडणाऱ्या रेषेला वृत्तचितीचा अक्ष म्हणतात. तो अक्ष तळ आणि माथा यांना लंब असतो.

वृत्तचितीची उदाहरणे – पाईप्स, परीक्षानळ्या, रोडरोलरचे चाक इ.

इष्टिकाचिती
(Rectangular Parallelopiped)



सोबतच्या आकृतीत इष्टिकाचिती दाखविलेली आहे.

इष्टिका म्हणजे वीट.

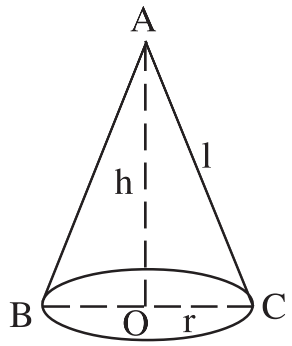
ज्या चितीचा आकार वीटेसारखा असतो ती इष्टिकाचिती होय.

उदा. काडीपेटी, वीट, पेस्टचे खोके इ.

आकृतीत चितीची l ही लांबी, b ही रूंदी आणि h ही उंची आहे.

इष्टिकाचितीला सहा आयताकृती पृष्ठे असतात. तसेच संमूख पृष्ठे एकरूप आणि परस्परांना समांतर असतात. इष्टिकाचितीची कोणतीही लगतची दोन पृष्ठे एकमेकांना लंब असतात. तसेच तिला 12 कडा आणि 8 कोपरे/शिरोबिंदू असतात.

शंकू
(Cone)



सोबतची आकृती शंकूची आहे. शंकूला वृत्तसूची असेही संबोधतात.

आकृतीत, शंकुच्या वर्तुळाकार तळाची त्रिज्या r आहे. (रेषाखंड OB व OC)

वर्तुळाकार तळाचा केंद्र (O) आणि शिरोबिंदू (A) यांना जोडणारा रेषाखंड म्हणजे शंकुची उंची (h) होय.

शिरोबिंदू (A) आणि वर्तुळावरील कोणताही बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडास (AB, AC) शंकुची तिरकस उंची (l) म्हणतात.

उदा. आईस्क्रिमचा कोन, विदुषकाची टोपी इ.

सुसम बहुभुजाकृती
(Regular Polygon)

जर बहुभुजाकृतीच्या सर्व बाजू आणि कोन एकरूप असतील तिला सुसम बहुभुजाकृती म्हणतात.

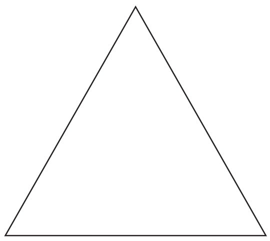
सम म्हणजे सारखा, सु म्हणजे चांगला.

सुसम या शब्दाचा अर्थ 'सगळीकडून सारखा' असा होतो.

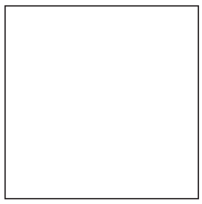
सुसम बहुभुज यालाच नियमित बहुभुज असेही म्हणतात.

उदा. समभुज त्रिकोण, चौरस, सुसम पंचकोन, सुसम षटकोन वगैरे.

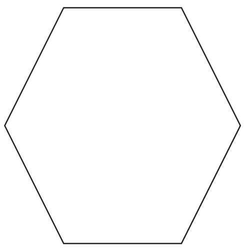
कोणतीही सुसम बहुभुजाकृती एका वर्तुळात आंतरलिखीत असते म्हणजे सुसम बहुभुजाकृतीच्या सर्व शिरोबिंदुतून एकच वर्तुळ जाते.



समभुज त्रिकोण हा सुसम बहुभुज आहे. त्याच्या सर्व बाजू समान लांबीच्या आहेत व सर्व कोन

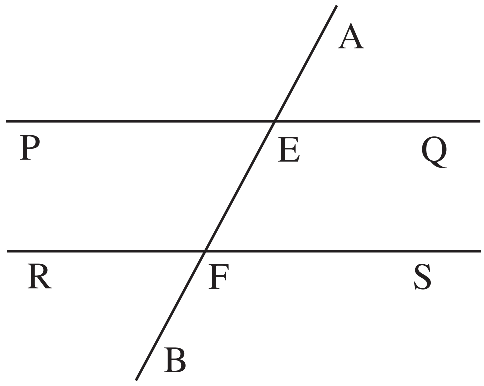


समान मापाचे (60 अंशाचे) आहेत. चौरस हा सुसम बहुभुज आहे. त्याच्या चारही बाजू समान लांबीच्या आहेत व चारही कोन समान मापाचे (90 अंशाचे) आहेत.



सुसम षटकोन सुसम बहुभुज आहे. त्याच्या सर्व बाजू समान लांबीच्या आहेत व सर्व कोन समान मापाचे (120 अंशाचे) आहेत.

व्युत्क्रम कोन
(Alternate Angles)



सोबतच्या आकृतीत रेषा PQ व रेषा RS यांना रेषा AB या छेदिकेने छेदल्यामुळे खालील प्रमाणे व्युत्क्रम कोनांच्या जोड्या तयार होतात.

$\angle PEF$ आणि $\angle EFS$

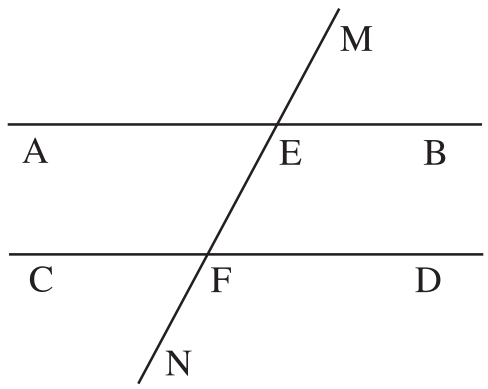
$\angle QEF$ आणि $\angle EFR$

दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदल्यामुळे तयार होणाऱ्या कोनांच्या बाबतीत व्युत्क्रम कोन हा शब्द वापरला जातो. व्युत्क्रम कोन छेदिकेच्या विरुध्द अंगास असतात तसेच ते आंतरकोनही असतात. परंतू त्यांचे शिरोबिंदू भिन्न असतात.

दोन समांतर रेषांना छेदिकेने छेदल्यामुळे होणारे व्युत्क्रम कोन एकरूप असतात. म्हणजेच जर रेषा PQ $\parallel$ रेषा RS असेल.

तर $m\angle PEF = m\angle EFS$ आणि $m\angle QEF = m\angle EFR$

संगत कोन
(Corresponding Angles)



सोबतच्या आकृतीत, रेषा AB व रेषा CD यांना रेषा MN या छेदिकेने छेदल्यामुळे खालील प्रमाणे संगतकोनांच्या जोड्या तयार होतात.

$\angle MEA$ आणि $\angle EFC$, $\angle AEF$ आणि $\angle CFN$

$\angle MEB$ आणि $\angle EFD$, $\angle BEF$ आणि $\angle DFN$

संगत = सम् + गत.

संगत चा अर्थ म्हणजे जो बरोबर जातो तो/जो जुळतो तो.

संगत कोन म्हणजे जुळणारे कोन.

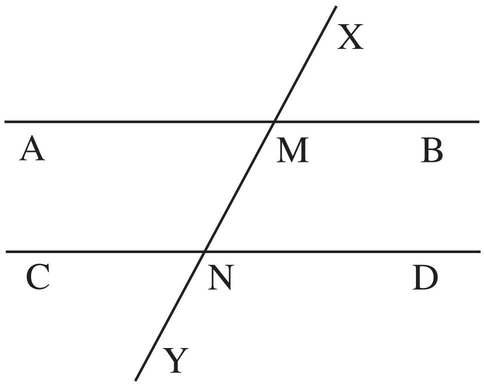
जेव्हा दोन रेषांना एक छेदिका छेदते तेव्हा तयार होणाऱ्या कोनांच्या संदर्भातच संगत कोन हा शब्द वापरला जातो. संगत कोन छेदिकेच्या एकाच अंगास असतात. यांचे शिरोबिंदू वेगवेगळे असतात. संगत कोन आंतरकोन नसतात.

जेव्हा दोन समांतर रेषांना एक छेदिका छेदते तेव्हा तयार होणारे संगत कोन एकरूप असतात. जसे आकृतीत रेषा AB $\parallel$ रेषा CD असेल तर.

तर $m\angle MEA = m\angle EFC$, $m\angle AEF = m\angle CFN$

$m\angle MEB = m\angle EFD$, $m\angle BEF = m\angle DFN$

आंतरकोन
(Interior Angles)



सोबतच्या आकृतीत, रेषा AB व रेषा CD यांना रेषा XY या छेदिकेने छेदल्यामुळे खालील प्रमाणे आंतरकोनांच्या जोड्या तयार होतात.

$\angle$AMN आणि $\angle$CNM तसेच

$\angle$BMN आणि $\angle$DNM

दोन रेषांना जेव्हा एक छेदिका छेदते तेव्हा तयार होणाऱ्या कोनांच्या बाबतीत आंतरकोन हा शब्द वापरतात.

आंतर म्हणजे आतील. आंतरकोन हे दोन्ही रेषांच्या आतील बाजूस होणारे कोन असतात.

छेदिकेच्या एकाच अंगास असणाऱ्या आंतरकोनांना आंतर कोनांची जोडी असे म्हणतात.

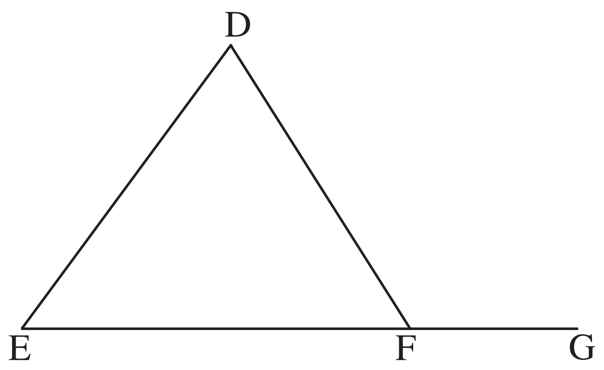
आंतरकोनांच्या जोडीतील आंतरकोनांचे शिरोबिंदू वेगवेगळे असतात. जर दोन रेषा समांतर असतील तर छेदिकेच्या एकाच अंगास असणाऱ्या आंतरकोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

म्हणजे जर रेषा AB $\parallel$ रेषा CD असेल तर

तर $m\angle AMN + m\angle CNM = 180^0$

$m\angle BMN + m\angle DNM = 180^0$

त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचा गुणधर्म
(Property of the Exterior Angle of a Triangle)



शेजारील आकृतीत, $\angle$ DFG हा $\triangle$ DEF चा एक बाह्यकोन आहे.

या बाह्यकोनाचे $\angle$EDF आणि $\angle$DEF हे दुरस्थ किंवा असंलग्न आतंरकोन आहेत.

$\angle$DFG, $\angle$EDF, $\angle$DEF यांची मापे अनुक्रमे 130^0, 70^0, 60^0 अशी आहेत.

यावरून लक्षात येते की $\angle$EDF व $\angle$DEF यांच्या मापांची बेरीज $70^0 + 60^0 = 130^0$

म्हणजेच या त्रिकोणाच्या $\angle$DFG या बाह्यकोनांच्या मापाएवढी आहे.

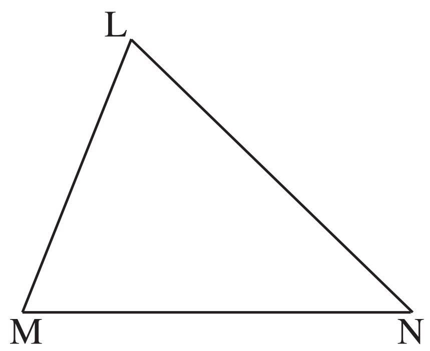
.. $m\angle DFG = m\angle EDF + m\angle DEF$

म्हणजेच त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचे माप हे त्याच्या दुरस्थ आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेइतके आहे.

हाच गुणधर्म त्रिकोणाच्या इतर बाह्यकोनाच्या बाबतीतही आढळून येईल.

गुणधर्म - त्रिकोणाच्या कोणत्याही बाह्यकोनाचे माप त्याच्या दुरस्थ/असंलग्न आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेइतके असते.

त्रिकोणाच्या तीन कोनांचा गुणधर्म
(Property of Three Angles of a Triangle)



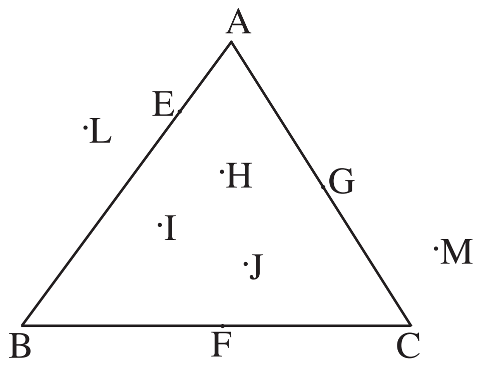
सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$ LMN दाखविलेला आहे. या त्रिकोणांच्या कोनांची मापे 70^0, 60^0 ,50^0 अशी आहेत.

या तीनही कोनांच्या मापांची बेरीज $70^0 + 60^0 + 50^0 = 180^0$ येते.

वेगवेगळी कोनांची मापे घेऊन त्या मापांचे त्रिकोण काढल्यास, त्या संबंधित त्रिकोणांच्या तीन कोनांच्या मापांची बेरीज केली असता ती बेरीज 180^0 असल्याचे आढळून येईल.

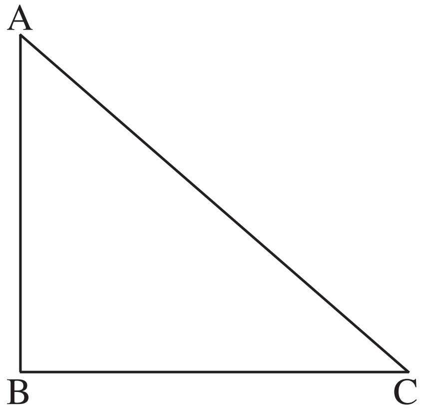
गुणधर्म - कोणत्याही त्रिकोणाच्या तीन कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

त्रिकोणाचा आंतरभाग व बाह्यभाग
(The Interior and Exterior Angles of a Triangle)



सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$ABC दाखविलेला आहे. H, I, J हे बिंदू या त्रिकोणाच्या अंतर्भागात आहेत. E, F, G हे बिंदू त्रिकोण ABC वर आहेत. तर बिंदू L, M हे या त्रिकोणाच्या बाह्यभागात आहेत. त्रिकोणामुळे त्याच्या प्रतलातील बिंदुंचे (i) त्रिकोण (ii) त्रिकोणाचा अंतर्भाग व (iii) त्रिकोणाचा बाह्यभाग असे तीन भागात विभाजन होते. प्रतलातील काही बिंदू त्रिकोणावर, काही बिंदू अंतर्भागात तर उर्वरित बिंदू त्रिकोणाच्या बाह्यभागात असतात. या तिन्ही भागात एकही बिंदू सामाईक नसतो.

त्रिकोणाच्या बाजुंसंबंधी गुणधर्म
(Property of the sides of a Triangle)



सोबतच्या आकृतीमध्ये $\triangle$ABC च्या बाजू AB, बाजू BC आणि बाजू AC यांची लांबी मोजून पुढील तक्त्यात दर्शविली आहे.

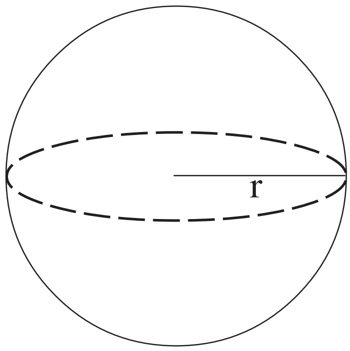
तक्त्यातील स्तंभ क्रमांक 4, 5 व 6 वरून त्रिकोणाच्या दोन बाजूंच्या लांबीची बेरीज तिसऱ्या बाजुच्या लांबीपेक्षा जास्त असल्याचे दिसून येईल. त्याच प्रमाणे त्रिकोणाच्या वेगवेगळ्या लांबीच्या भुजा घेऊन मागील पानावर दिल्याप्रमाणे कृती केल्यास त्यांच्या बाबतीत पुढील निष्कर्ष काढता येईल.

गुणधर्म - त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजुंच्या लांबीची बेरीज ही तिसऱ्या बाजुच्या लांबीपेक्षा जास्त असते.

त्रिकोणाचे नाव	एका बाजुची लांबी (cm)	दुसऱ्या बाजुची लांबी (cm)	तिसऱ्या बाजुची लांबी (cm)	पहिल्या दोन बाजुंच्या लांबीची बेरीज (cm)	रकाना 4 व 5 ची तुलना (cm)
ABC	l(BC) = 3	l(AB) = 2.4	l(AC) = 3.8	5.4	5.4 > 3.8
	l(AB) = 2.4	l(AC) = 3.8	l(BC) = 3.0	6.2	6.2 > 3.0
	l(AC) = 3.8	l(BC) = 3.0	l(AB) = 2.4	6.8	6.8 > 2.4

ग

गोल
(Sphere)



गोल ही एक बंद त्रिमितीय आकृती होय. गोलावरील प्रत्येक बिंदू त्याच्या केंद्रापासून (मध्यापासून) समान अंतरावर असतो. हे अंतर म्हणजे गोलाची त्रिज्या असते. गोलाला फक्त वक्रपृष्ठभाग असतो. पृष्ठफळ हे त्याच्या त्रिज्येवरून काढता येते.

गोलाची उदाहरणे– विविध खेळांचे चेंडू, पृथ्वीचा आकार, लिंबू इ.

जर ‘r’ ही गोलाची त्रिज्या असेल तर

गोलाचे पृष्ठफळ = $4 \quad r^2$

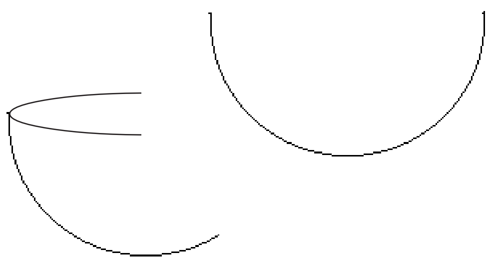
गोलाचे घनफळ = $\frac{4}{3} \quad r^3$

अर्धगोल
(Hemisphere)

चेंडू, लाडू, लिंबू ही गोलाची काही उदाहरणे आहेत. जर लिंबू कापला तर त्याचे दोन अर्धे भाग होतात ते अर्धगोल होय.

अशा प्रकारे अर्धगोल दोन प्रकारचे होऊ शकतात.

१. पोकळ अर्धगोल-



२. भरीव अर्धगोल-

गोलाच्या केंद्र सामावणाऱ्या प्रतलामुळे होणारे गोलाचे भाग अर्धगोल असतात.

बिंदूपथ
(Locus)

दिलेल्या भौमितिक अटी पूर्ण करणाऱ्या बिंदूच्या संचाला बिंदूपथ असे म्हणतात.

“दिलेल्या प्रतलातील दिलेल्या बिंदुपासून ठराविक अंतरावर असलेल्या बिंदुचा ‘बिंदूपथ’ म्हणजेच वर्तुळ होय.” यामध्ये बिंदूने दिलेल्या स्थिर बिंदुपासून ठराविक अंतरावर असणे या अटीची पुर्तता केलेली आहे.

बिंदुपथाच्या व्याख्येमध्ये दोन पूरक संकल्पनांचा समावेश आहे.

१. दिलेल्या अटी पूर्ण करणारा प्रत्येक बिंदू हा बिंदुपथावर असतो.

२. बिंदुपथावर असणारा प्रत्येक बिंदू हा दिलेल्या अटी पूर्ण करतो.

रचना
(Construction)

भूमितीय रचना हा भूमितीच्या अभ्यासाचा एक महत्त्वाचा आणि कौशल्याचा भाग आहे. यामध्ये कंपास, पट्टी, कोनमापक, त्रिकोणी गुँया यांचा उपयोग करून दिलेल्या माहितीच्या आधारे अचूक आकृती काढणे याला महत्त्व आहे.

आकृत्यांचे भूमितीय गुणधर्म, त्या आकृत्यांची रचना करताना उपयोगी पडतात.

कंपास
(Compass)

कंपास हे भूमितीतील रचना करैयासाठी लागणारे कंपासपेटीमध्ये असणारे एक महत्त्वाचे उपकरण आहे. कंपासचा उपयोग वर्तुळ आणि वर्तुळकंस काढैयासाठी होतो.

वर्तुळावरील कोणताही बिंदू त्याच्या मध्यापासून ठराविक अंतरावर असतो. हे ठराविक अंतर म्हणजेच वर्तुळाची त्रिज्या. कंपासने वर्तुळ काढताना हाच गुणधर्म वापरला जातो. कंपासला दोन बाजू असतात. एका बाजूला अणकुचीदार टोक असते. दुसऱ्या बाजूला पेन्सिल अडकवायची सोय असते. य दोन टोकांमध्ये आपण वर्तुळाच्या त्रिज्येएवढे अंतर घेतो, अणकुचीदार टोक कागदावरील एका बिंदुवर (वर्तुळमध्यावर) स्थिर ठेवतो आणि पेन्सिल असलेले दुसरे टोक या स्थिर टोकाभोवती फिरवतो. यातून एक संपूर्ण फेरा केल्यास आपल्याला वर्तुळ मिळते. वर्तुळकंस काढताना फेरा संपूर्ण घ्यावा लागत नाही.
कंपासच्या बाजूंच्या छेदनबिंदूंशी झालेला कोन बदलून या दोन टोकांमधील अंतर बदलता येते. मात्र एकदा हे अंतर घेतले की वर्तुळ किंवा वर्तुळकंस काढून होईपर्यंत ते स्थिर असले पाहिजे.

पट्टी
(Scale)

पट्टी हे भूमितीतील रचना करैयासाठी लागणारे सर्वात महत्त्वाचे उपकरण आहे.

पट्टीच्या कडा सरळ असतात. त्यांच्या मदतीने आपण रेषाखंड आखू शकतो. पट्टीच्या कडांवर खुणा असतात. या खुणांचा उपयोग दिलेल्या रेषाखंडाची लांबी मोजैयासाठी तसेच ठराविक लांबीचा रेषाखंड आखैयासाठी होतो.

कर्कटक
(Divider)

कर्कटक हे भूमितीतील रचना करैयासाठी लागणारे कंपासपेटीतील उपयुक्त उपकरण आहे. कर्कटकचा उपयोग ठराविक लांबीचा रेषाखंड काढताना किंवा दिलेला रेषाखंड मोजताना होतो.

कर्कटकाच्या दोन्ही बाजुंना अणकुचीदार टोके असतात. त्या टोकांमध्ये ठराविक अंतर घेता येते. ज्या दोन बिंदुंमधील अंतर मोजायचे आहे त्या बिंदूवर आपण ही टोके ठेवतो. मग कर्कटक उचलून पट्टीवर ठेवतो आणि त्याच्या दोन टोकांमधील अंतर मोजतो. हेच दिलेल्या दोन बिंदुंमधील अंतर. विशेषतः ज्यावेळेस दोन बिंदुंमधील अंतर मोर्जैयासाठी पट्टीचा थेट वापर करता येत नसेल त्यावेळेस कर्कटकाचा असा उपयोग अवश्य करावा. याच तऱ्हेने दिलेल्या रेषेवर ठराविक लांबीचा रेषाखंड घ्यैयासाठी कर्कटकाचा उपयोग होतो.

कर्कटकाचा वापर चालू असताना त्याच्य दोन टोकांमधील अंतर बदलणार नाही याची काळजी घ्यावी.

गुँया
(Set Square)

गुँया हे भूमितीतील रचना करँयासाठी लागणारे कंपासपेटीमध्ये असणारे एक महत्त्वाचे उपकरण आहे. त्याचा आकार काटकोन त्रिकोणी असतो. गुँयाचा उपयोग मुख्यतः दिलेल्या रेषेला लंबरेषा काढँयासाठी होतो.

आपल्या कंपासपेटीमध्ये दोन प्रकारचे गुँये असतात. त्यापैकी एक समद्विभूज त्रिकोणी असतो. त्याचा एक कोन काटकोन असल्याने उरलेले दोन्ही कोन प्रत्येकी 45^0 चे असतात.
कंपासपेटीमध्ये असणारा दुसरा गुँया विषमभूज त्रिकोणी असतो. याचाही एक कोन काटकोन असतो आणि उरलेले दोन कोन 30^0 आणि 60^0 चे असतात.
गुँयाचा उपयोग समांतर रेषा काढँयासाठीही होतो. तसेच त्याची कड सरळ असल्याने रेषाखंड आखँयासाठीही तो वापरता येतो.

कोनमापक
(Protractor)

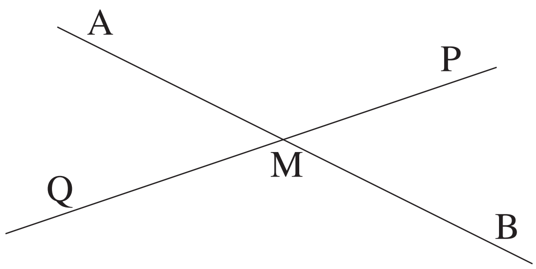
कोनमापक हे भूमितीतील रचना करैंयासाठी लागणारे कंपासपेटीमध्ये असणारे एक महत्त्वाचे उपकरण आहे. दिलेला कोन मोर्जैयासाठी तसेच दिलेल्या मापाचा कोन कार्ढैयासाठी कोनमापकाचा उपयोग होतो.

आपल्या कंपासपेटीमध्ये असणारा कोनमापक अर्धवर्तुळाकार असतो. या अर्धवर्तुळाच्या गोल कडेवर आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे 0^0 ते 180^0 पर्यंत अंशाच्या खुणा असतात. अनेक कोनमापकात सोयीसाठी 0^0 ते 180^0 खुणा जशा डावीकडून उजवीकडे वाढणाऱ्या दिलेल्या असतात, तशाच त्या उजवीकडून डावीकडे वाढणाऱ्याही दिलेल्या असतात.

अशाच तऱ्हेने आपण कोनमापकावरील अंशाच्या खुणांचा उपयोग करून दिलेल्या मापाचा कोन सुध्दा काढू शकतो. यासाठी आधी एक किरण काढून घ्यावा. या किरणाचे टोक कोनमापकाच्या मध्यबिंदूशी आणि किरण 0^0 च्या खुणेशी जुळवावे. नंतर दिलेल्या मापाइतके अंशाचे कोनमापकावरील खूण पाहून दुसरा किरण काढावा. हा किरण पहिल्या किरणाच्या टोकापासून घेतला की आपल्याला पाहिजे त्या मापाचा कोन मिळतो.

छेदनबिंदू
(Point of Intersection)

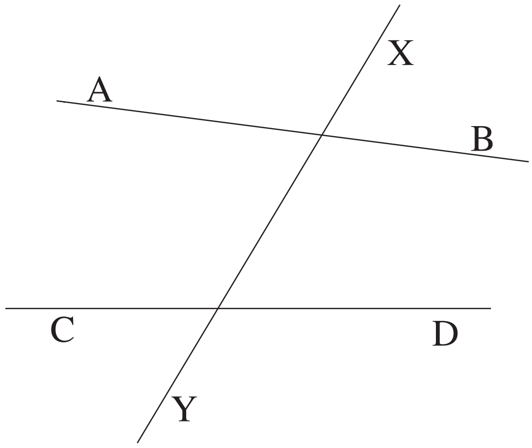
जेव्हा दोन रेषा एकमेकींना छेदतात तेव्हा त्या एकाच बिंदूत छेदतात. ह्या बिंदूला त्या दोन रेषांचा छेदनबिंदू म्हणतात.



वरील आकृतीत रेषा AB आणि रेषा PQ एकमेकींना M या बिंदूत छेदतात. म्हणून M हा बिंदू रेषा AB आणि रेषा PQ यांचा छेदनबिंदू आहे.

छेदिका
(Transversal)

छेदिका म्हणजे छेदणारी (रेषा). जेव्हा एकच रेषा दोन किंवा अधिक रेषांना छेदते तेव्हा त्या रेषेला छेदिका म्हणतात.

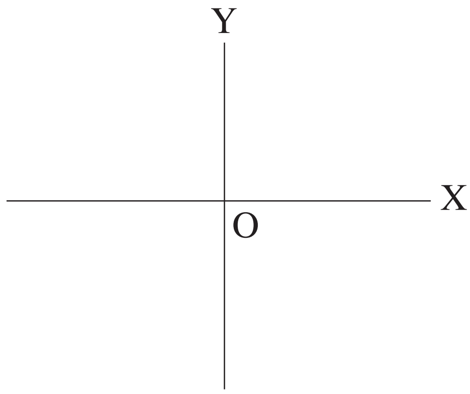


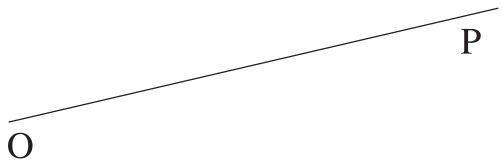
वरील आकृतीत रेषा AB आणि रेषा CD ह्या दोन रेषांना रेषा XY छेदते म्हणून रेषा XY ही रेषा AB व रेषा CD यांची छेदिका आहे.

आरंभबिंदू
(Origin)

आरंभ म्हणजे सुरुवात. आरंभबिंदू म्हणजे सुरुवातीचा बिंदू.

आरंभबिंदू हा शब्द आलेखात तसेच किरणांसाठी वापरला जातो. आलेखाचे अक्ष एकमेकांना ज्या बिंदूत छेदतात त्या छेदनबिंदूला आलेखाचा आरंभबिंदू म्हणतात.



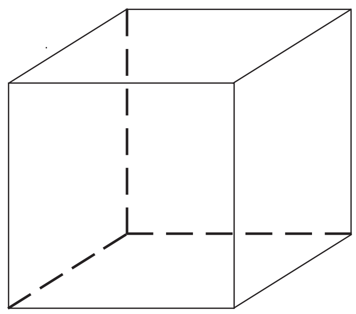


किरणाला एकच टोक असते त्याला किरणाचा आरंभबिंदू म्हणतात.

कारण किरण दाखविताना हा बिंदू सुरुवातीला (आरंभी) घेतात व नंतर किरणावरील दुसरा बिंदू घेतात. जसे वरील आकृतीत किरण OP दाखविला आहे. O हा त्याचा आरंभबिंदू आहे. P हा किरणावरील कोणताही दुसरा बिंदू आहे.

घन
(Cube)

ज्या इष्टिकाचितीची लांबी, रुंदी व उंची सारख्याच मापाची असते त्या चितीला घन असे म्हणतात.



घनाच्या सहाही बाजू एकमेकींशी एकरूप असतात आणि त्या चौरसाकृती असतात. घनाच्या 12 कडाही एकरूप असतात. घनाच्या प्रत्येक कोपऱ्यात मिळणाऱ्या तीनही कडा एकमेकांना लंब असतात.

घनाचे घनफळ = $(\text{घनाची लांबी})^3$

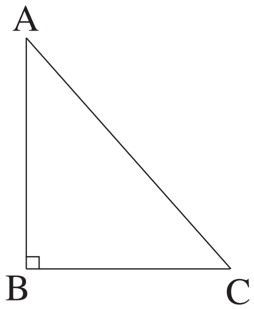
घनफळ
(Volume)

खाली पेटी, पिंप, चेंडू अशा निरनिराळ्या बंदिस्त (सर्व वाजुंनी बंद) वस्तू दाखवल्या आहेत. यातील प्रत्येक वस्तूने जागा व्यापली आहे.
व्यापलेली जागा म्हणजेच तिचे घनफळ. घनफळाला आकारमान असेही म्हणतात.

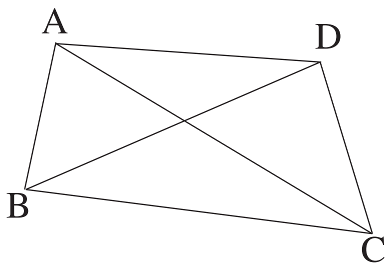
घनफळ मोजैंयसाठी लांबी, रुंदी व उंची (जाडी) यांचा विचार केला जातो. जर 1 सेमी लांबी, 1 सेमी रुंदी आणि 1 सेमी उंची असलेल्या ठोकळ्याचे घनफळ काढायचे असेल तर त्याने व्यापलेली जागा 1 घन सेमी किंवा 1 सेमी^{3} अशी दाखवले जाते. दिलेल्या जागेत जितके ठोकळे बसतात ते त्या जागेचे घनफळ.
वर्तुळ, त्रिकोण किंवा रेषाखंड अशा द्विमितीय आणि एकमितीय आकृतीच्या बाबतीत आपण घनफळाचा विचार करत नाही. पेटी, पिंप, चेंडू अशा त्रिमितीय वस्तुंचेच आपण घनफळ काढतो.
इष्टिकाचिती, वृत्तचिती, घन अशा नियमित आकाराच्या आकृतींचे घनफळ सूत्रांनी काढता येते.
वृत्तचितीचे घनफळ = वर्तुळाच्या पायाचे क्षेत्रफळ X उंची
इष्टिकाचितीचे घनफळ = लांबी X रुंदी X उंची
घनाचे घनफळ = (लांबी)^3

कर्ण
(Diagonal, Hypotenuse)

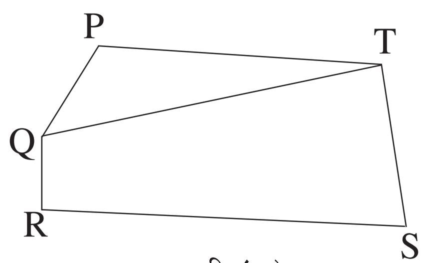
काटकोन त्रिकोणात काटकोनासमोरच्या बाजूला कर्ण (Hypotenuse) म्हणतात. खालील आकृतीत काटकोन त्रिकोण ABC दाखविला आहे. ∠ B हा काटकोन आहे. त्यासमोरील बाजू AC हा काटकोन त्रिकोण ABC चा कर्ण आहे.



कर्ण हा शब्द चौकोन, पंचकोन इ. बहुभुजाकृतींच्या बाबतीतही वापरला जातो. बहुभुजाकृतींचा एखादा शिरोबिंदू त्याचे लगतचे शिरोबिंदू सोडून दुसऱ्या कोणत्याही शिरोबिंदूला जोडला तर होणाऱ्या रेषाखंडाला बहुभुजाकृतींचा कर्ण (Diagonal) असे म्हणतात. जसे चौकोनामध्ये समोरासमोरील शिरोबिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला चौकोनाचा कर्ण म्हणतात.



आकृती (अ)



आकृती (ब)

आकृती (अ) मध्ये दाखविल्याप्रमाणे रेख AC व रेख BD हे चौकोन ABCD चे दोन कर्ण आहेत. तर आकृती (ब) मध्ये पंचकोन PQRST चा एक कर्ण QT दाखविला आहे.

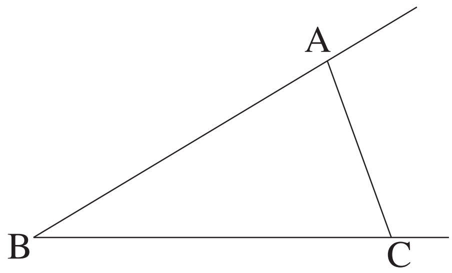
आकारमान
(Volume)

आकरमान म्हणजेच घनफळ.

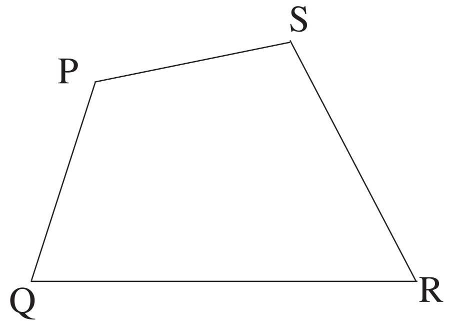
यासाठी घनफळ पहावे.

आंतरकोन
(Interior Angle)

खालील आकृतीत त्रिकोण ABC दाखविला आहे. त्रिकोण ही एक बहुभुजाकृती आहे. कोणतीही बहुभुजाकृती बंद आकृती असल्याने त्या आकृतीला आंतरभाग (आतला बंदिस्त भाग) आणि बर्हिभाग (बाहेरचा भाग) असे दोन भाग असतात.



आकृती (अ)



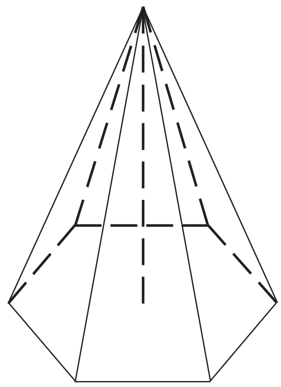
आकृती (ब)

△

आकृती (अ) मध्ये ABC चा आंतरभाग दाखविला आहे. ∠BCA, ∠ABC आणि ∠CAB हे △ABC चे आंतरकोन आहेत.

तर आकृती (ब) मध्ये ∠PQR, ∠QRS, ∠RSP व ∠SPQ हे □PQRS चे आंतरकोन आहेत.

सूची
(Pyramid)



सूची म्हणजे सुई.

भूमितीतील सूची म्हणजे सुईसारखा निमुळता आकार असलेली बंद त्रिमितीय आकृती.

या आकृतीचा तळ एक सपाट बहुभुजाकृती असतो आणि या बहुभुजाकृतीचा प्रत्येक कोपरा आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे रेषाखंडांनी वरच्या बाजूस एका बिंदूत जोडलेला असतो. हा बिंदू म्हणजे सूचीचा माथा. त्यालाच सूचीचे शिखर असेही म्हणता येईल. सूचीच्या तळाच्या बहुभुजाकृतीच्या कडा आणि शिखर यांना जोडणारी प्रत्येक बाजू त्रिकोणी असते. तळाच्या बहुभुजाकृतीच्या आकारावरून सूचीचे त्रिकोणी सूची, चौकोनी सूची, पंचकोनी सूची असे प्रकार पडतात.

सूचीच्या शिखरापासून तळाला टाकलेल्या लंबाची लांबी म्हणजे सूचीची उंची.

$$\text{सूचीचे घनफळ} = \frac{(\text{तळाचे क्षेत्रफळ X उंची})}{3}$$

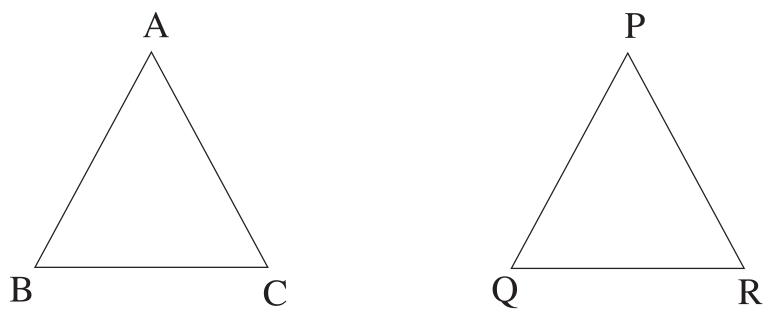
ए

एकरूप
(Congruent)

ज्या दोन आकृती एकमेकींवर ठेवल्यास तंतोतंत त्या आकृती एकमेकींशी एकरूप असतात.
एकरूप म्हणजे एकसारखे रूप असणारे.

आकृती (अ)

आकृती (अ) मध्ये रेख AB व रेख PQ एकमेकांवर ठेवल्यास तंतोतंत जुळतील याचाच अर्थ ते एकरूप आहेत.



आकृती (ब)

आकृती (ब) मध्ये $\triangle$ ABC व $\triangle$ PQR एकमेकांवर ठेवल्यास तंतोतंत जुळतील याचाच अर्थ ते एकरूप आहेत.

रेषाखंड, त्रिकोण, वर्तुळ याचप्रमाणे कोन, चौकोन, पंचकोन, षटकोन इ. भूमितीतील सर्व आकृतींच्या बाबतीत एकरूपतेचा विचार करता येतो.

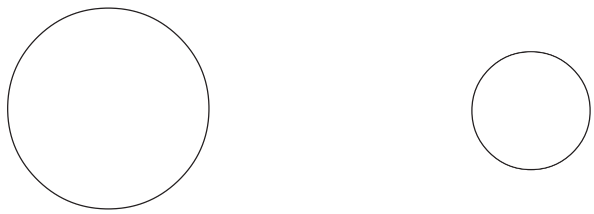
एकरूप दाखर्वियासाठी ‘ = ’ या चिन्हाचा वापर करतात.

समरूप
(Similar)

समरूप = सम + रूप

समरूप याचा अर्थ सारखे रूप (आकार) असणारी.

समरूप म्हणजे सरूप होय.



ह्या आकृती दिसायला सारख्या आहेत म्हणजेच त्यांचा आकार सारखा आहे. या आकृती समरूप आहेत (मात्र एकरूप नाहीत).

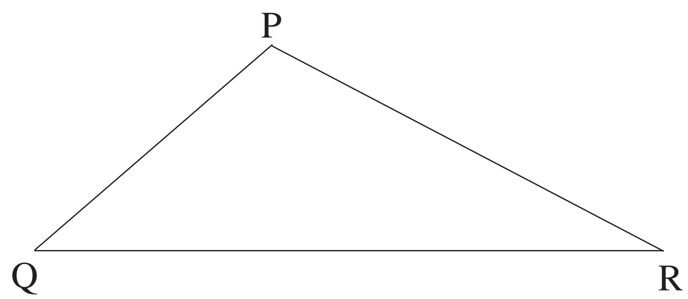
वरील आकृतीत दोन्ही त्रिकोण समरूप आहेत. समरूप त्रिकोणांचे संगतकोन एकरूप आहेत मात्र संगत बाजू एकरूप नाहीत. समरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू एकरूप असतीलच असे नाही. जर संगत बाजू एकरूप असल्या तर ते त्रिकोण एकरूप होतील.

एकमेकांशी एकरूप असलेल्या आकृती एकमेकांशी समरूपही असतात परंतु एकमेकांशी समरूप असलेल्या आकृती एकमेकांशी एकरूप असतीलच असे नाही.

समाविष्ट
(Included)

समाविष्ट म्हणजे समावेश असलेला, सामावलेला.

भूमितीत हा शब्द समाविष्ट बाजू, समाविष्ट कोन अशा तऱ्हेने वारंवार येत असतो.

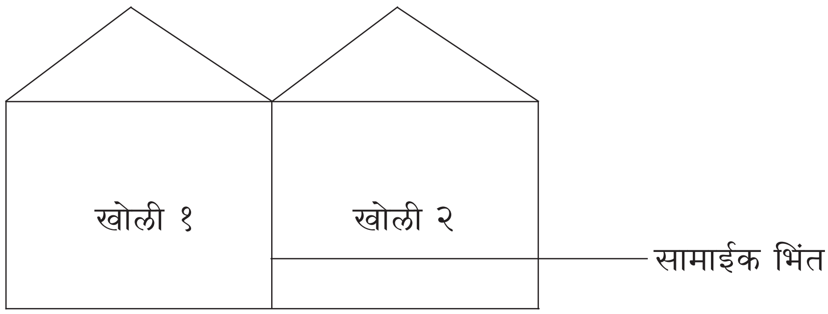


$\triangle$ PQR मध्ये QR ही बाजू $\angle$Qआणि $\angle$R ह्या दोन्ही कोनांची बाजू आहे. म्हणून QR ही $\angle$Q आणि $\angle$R यांची समाविष्ट बाजू आहे. याचप्रमाणे $\angle$Rहा बाजू QR आणि बाजू PR यांचा समाविष्ट कोन आहे.

सामाईक
(Common)

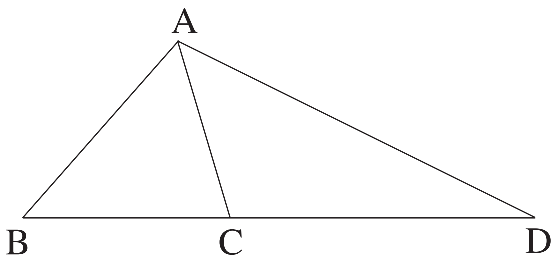
सामाईक या शब्दाचा अर्थ दोन्हीकडे असणारा.

जसे घराच्या एकमेकांना लागून असलेल्या खोल्यांची एक भिंत दोन्ही खोल्यांना सामाईक असते. आकृती (अ) पहा.



आकृती (अ)

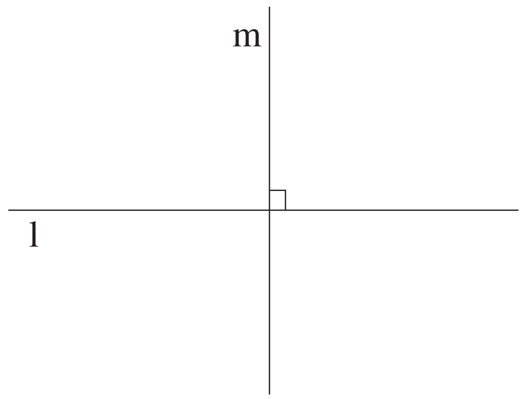
आकृती (ब) मध्ये दोन एकमेकांना लागून असलेले त्रिकोण ABC आणि ACD दाखविले आहेत. AC हा रेख या दोन्ही त्रिकोणांची एक बाजू आहे. म्हणजे AC ही या दोन त्रिकोणांची सामाईक बाजू आहे.



आकृती (ब)

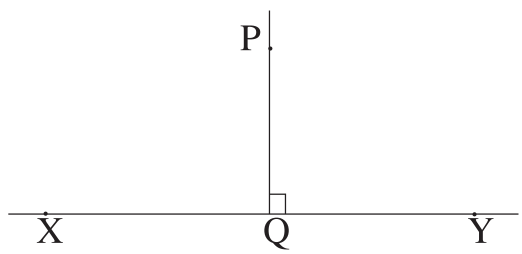
लंब
(Perpendicular)

जेव्हा दोन रेषा एकमेकींना काटकोनात छेदतात तेव्हा त्या एकमेकींना लंब आहेत असे म्हणतात. आकृती (अ) मध्ये रेषा l आणि रेषा m एकमेकींना लंब आहेत.



आकृती (अ)

भूमितीत लंब हा शब्द थोड्या वेगळ्या अर्थाने वापरला जातो. पुष्कळदा एखाद्या रेषेवर तिच्या बाहेरील बिंदूतून लंब टाकायला सांगतात.



आकृती (ब)

आकृती (ब) मध्ये रेषा XY आणि तिच्यावरील Q हा बिंदू दाखविला आहे. P हा त्या रेषेबाहेरील एक बिंदू आहे. PQ हा रेषाखंड रेषा XY शी काटकोन करतो. रेषाखंड PQ हा P पासून रेषा XY वर टाकलेला ‘लंब’ आहे.

पाय
(Pi)

पाय हे ग्रीक अक्षर आहे. त्या अक्षराने एक ठराविक संख्या दाखविली जाते. कोणत्याही वर्तुळाच्या परिघाला त्याच्या व्यासाने भागल्यास ही संख्या मिळते.

ही एक अपरिमेय संख्या आहे म्हणजे ती कोणत्याही अपुर्णांक स्वरुपात व्यक्त करत येत नाही. दशांश पध्दतीत ची किंमत लिहावयाची असल्यास ती 3.14159... अशी न संपणाऱ्या परंतु अनावर्ती स्वरुपात लिहावी लागते. आपल्या हिशोबात सोयीसाठी ही किंमत आपण 3.14 किंवा $^{22}/_{7}$ अशी घेतो.

परिमिती
(Perimeter)

परिमिती = परि + मिती.

परि म्हणजे भोवती, मिती म्हणजे माप.

वरील बंद आकृती पहा. A, B आणि C हे या आकृतीवरील बिंदू आहेत. समजा तुम्ही A ह्या बिंदूवर उभे आहात. तेथून आकृती न सोडता तुम्ही B वर चालत गेलात, नंतर C वर गेलात आणि परत A वर आलात. या दरम्यान जेवढे अंतर तुम्ही चाललात तेवढे अंतर म्हणजेच त्या आकृतीची परिमिती होय.

क्षेत्रफळ
(Area)

क्षेत्र म्हणजे जागा.

क्षेत्रफळ हा शब्द बंद सपाट आकृतीसाठीच वापरतात. अशा आकृतीने किती सपाट जागा व्यापली आहे हे मोर्जैयाचे माप म्हणजे क्षेत्रफळ.

कोणत्याही बंद सपाट आकृतीमुळे ती ज्या प्रतलात (पातळीत) असते तिचे आतील आणि बाहेरील असे दोन भाग होतात.

जसे वर दाखविलेल्या बंद आकृतीचा आतील भाग आडव्या रेषेने दखविला आहे. हा आतील भाग म्हणजे त्या आकृतीने व्यापलेली जागा. आकृतीच्या क्षेत्रफळाने ही जागा मोजतात.

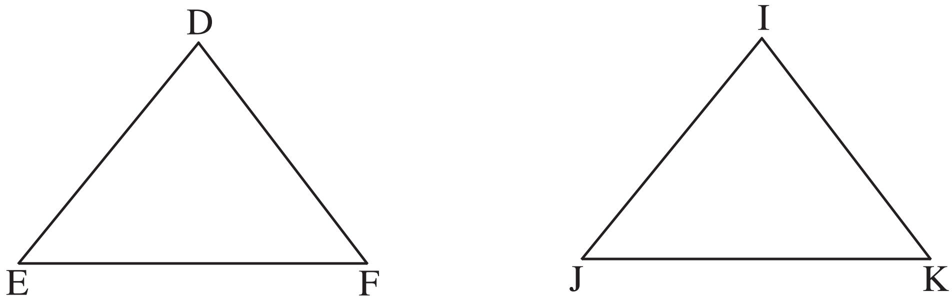
नियमित आकाराच्या आकृतीचे क्षेत्रफळ कार्ढैयासाठी सूत्रे वापरता येतात. प्रत्येकवेळा आकृतीत किती चौरस बसतात हे मोर्जैयापेक्षा सूत्रे वापरणे सोयीचे असते.

परिशिष्ट क्र. 1

दोन त्रिकोणांच्या एकरुपतेच्या कसोट्या
(Tests of Congruence of Two Triangles)

दोन त्रिकोण परस्परांशी एकरूप असण्यासाठी एका त्रिकोणाचे सहा घटक क्रमशः दुसऱ्या त्रिकोणाच्या सहा संगत घटकांशी एकरूप असावे लागतात. परंतू दोन त्रिकोणांमधील एकरूपता संबंध सांगण्यासाठी सहाही घटकांच्या एकरुपतेचा विचार करणे आवश्यक नाही, त्यापैकी ठरावीक अटीनुसार विशिष्ट तीन घटक जरी परस्परांशी एकरूप असतील तरी ते त्रिकोण परस्परांशी एकरूप होऊ शकतात. या तिन्ही घटकांची एकरुपता विधाने गृहितके मानली आहेत आणि त्यांना ‘त्रिकोणांच्या एकरुपतेच्या कसोट्या’ म्हणतात.

१. बाजू-कोन-बाजू (बाकोबा) कसोटी
(SAS Test)



सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$ DEF आणि $\triangle$ IJK मधील DEF − IJK या दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार

बाजू DE = बाजू IJ,

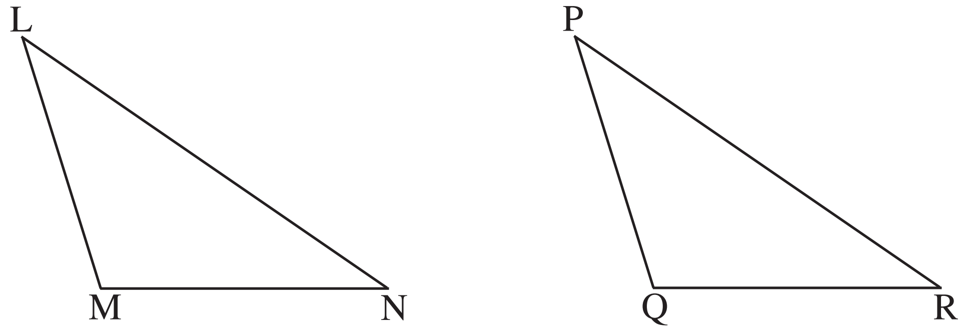
$\angle$DEF = $\angle$IJK

बाजू EF = बाजू IK

$\triangle$DEF = $\triangle$IJK

दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जेव्हा एका त्रिकोणाच्या दोन बाजू व त्यामध्ये सामाविष्ट असलेला कोन हे अनुक्रमे दुसऱ्या त्रिकोणाच्या दोन संगत बाजू व त्यामध्ये समाविष्ट असलेल्या कोनांशी एकरूप असतात तेव्हा ते दोन त्रिकोण परस्परांशी एकरूप असतात.

२. कोन-बाजू-कोन (कोबाको) कसोटी
(ASA Test)



सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$ LMN व $\triangle$ PQR मधील LMN – PQR या दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार $\angle LMN = \angle PQR$,

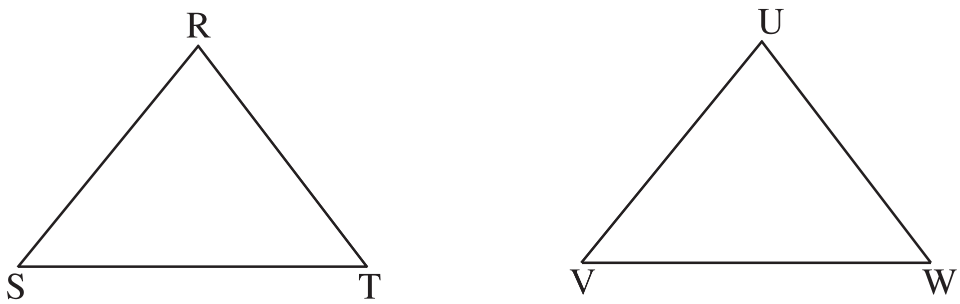
बाजू MN = बाजू QR

$\angle MNL = \angle QRP$,

$\triangle LMN = \triangle PQR$,

दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जेव्हा एका त्रिकोणाचे दोन कोन व त्यामध्ये सामाविष्ट असलेली बाजू अनुक्रमे दुसऱ्या त्रिकोणाचे दोन संगत कोन व त्यामध्ये समाविष्ट असलेली बाजू यांच्याशी एकरूप असतात तेव्हा ते दोन त्रिकोण परस्परांशी एकरूप असतात.

३. बाजू-बाजू-बाजू (बाबाबा) कसोटी
(SSS Test)



सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$RST आणि $\triangle$UVW मध्ये, RST − UVW, या दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार

बाजू RS = बाजू UV,

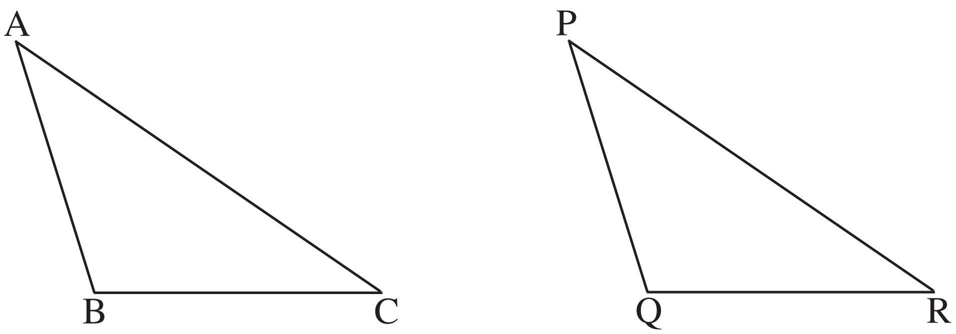
बाजू ST = बाजू VW,

बाजू RT = बाजू UW

$\triangle$RST = $\triangle$UVW

दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जेव्हा एका त्रिकोणाच्या तीन बाजू अनुक्रमे दुसऱ्या त्रिकोणाच्या तीन संगत बाजुंशी एकरूप असतात तेव्हा ते दोन त्रिकोण परस्परांशी एकरूप असतात.

४. बाजू-कोन-कोन (बाकोको) कसोटी
(SAA Test)



सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$ ABC व $\triangle$ PQR मधील ABC − PQR या दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार, बाजू AB = बाजू PQ

$\angle ABC = \angle PQR$,

$\angle BCA = \angle QRP$,

$\triangle ABC = \triangle PQR$

दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जेव्हा एका त्रिकोणाची एक बाजू, त्या लगतचा कोन व बाजू समोरील कोन अनुक्रमे दुसऱ्या त्रिकोणाची संगत बाजू, संगत लगतचा कोन व त्या बाजूसमोरील कोन एकरूप असतात तेव्हा ते दोन त्रिकोण परस्परांशी एकरूप असतात.

परिशिष्ट क्र. 2

दोन त्रिकोणांच्या समरुपतेच्या अटी/कसोट्या
(Criteria/Tests for Similarity of Two Triangles)

जर दोन त्रिकोणांच्या संगत बाजू प्रमाणात असतील आणि संगत कोन एकरूप असतील तर ते दोन त्रिकोण समरूप असतात. समरुपतेच्या या अटींपैकी काही विशिष्ट अटी पूर्ण झाल्या तर उरलेल्या अटी आपोआप पूर्ण होतात. ज्या विशिष्ट अटी दोन त्रिकोणांची समरुपता ठरविण्यासाठी पुरेशा असतात या पुरेशा अटीच्या गटाला 'समरुपतेची कसोटी' किंवा 'समरुपतेची अट' म्हणतात.

त्रिकोणांच्या समरुपतेची तपासणी करण्यासाठी त्रिकोणांच्या पुढील गुणधर्मांचा उपयोग होतो आणि या गुणधर्मांना गृहितके म्हणतात.

१. दोन त्रिकोणांमधील एखाद्या एकास एक संगतीसाठी जर संगत कोन एकरूप असतील तर त्यांच्या संगत बाजू प्रमाणात असतात.
२. जर संगत बाजू प्रमाणात असतील तर त्यांचे संगत कोन एकरूप असतात.

१. कोन-कोन-कोन (कोकोको) कसोटी
(AAA Test)

सोबतच्या आकृतीत, ABC – DEF या संगतीसाठी

$\angle A = \angle D$,

$\angle B = \angle E$

$\angle C = \angle F$

को-को-को कसोटीनुसार

$\triangle LMN \quad \triangle PQR$

दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जर दोन्ही त्रिकोणांचे संगत कोन एकरूप असतील तर ते दोन त्रिकोण समरूप असतात.

कोन-कोन (कोको) कसोटी
(AA Test)

सोबतच्या आकृतीत, PQR − STU या संगतीसाठी

$\angle Q = \angle T$,

$\angle R = \angle U$

को-को कसोटीनुसार

$\triangle PQR \quad \triangle STU$

दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जर एका त्रिकोणाचे दोन कोन दुसऱ्या त्रिकोणाच्या दोन संगत कोनांशी एकरूप असतील तर ते दोन त्रिकोण समरूप असतात.

२. बाजू-कोन-बाजू (बाकोबा) कसोटी
(SAS Test)

सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$ LMN आणि $\triangle$ PQR मधील LMN − PQR या संगतीसाठी

$\frac{LM}{PQ} = \frac{MN}{QR} = \frac{1}{2}$,

आणि $\angle M = \angle Q$

बाकोबा कसोटीनुसार,

$\triangle$ LMN $\triangle$ PQR

दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जर एका त्रिकोणाच्या दोन बाजू दुसऱ्या त्रिकोणाच्या दोन संगत बाजुंशी प्रमाणात असतील आणि त्या बाजुंनी समाविष्ट केलेले कोन एकरूप असतील तर ते दोन त्रिकोण समरूप असतात.

३. बाजू-बाजू-बाजू (बाबाबा) कसोटी
(SSS Test)

सोबतच्या आकृतीत, $\triangle$ ABC आणि $\triangle$ DEF मधील ABC − DEF या संगतीनुसार

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{3}{5}$$

म्हणून बाबाबा कसोटीनुसार

$\triangle ABC \quad \triangle DEF$

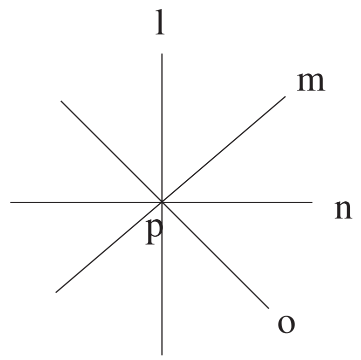
दोन त्रिकोणांच्या शिरोबिंदूमधील दिलेल्या एकास एक संगतीनुसार जर एका त्रिकोणाच्या तीन बाजू दुसऱ्या त्रिकोणाच्या तीन संगत बाजुंशी प्रमाणात असतील तर ते दोन त्रिकोण समरूप असतात.

गृहीतके
(Axiom or Postulate)

बिंदू, रेषा, प्रतल या मुलभूत संकल्पनांपासून सुरुवात करून युक्लिड या प्राचीन ग्रीक गणिततज्ञाने प्रतलिय भूमिती तयार केली.

युक्लिडने भूमितीतील संपूर्ण ज्ञानाची अशारितीने रचना केली की, जर आपण काही सोपी व सुस्पष्ट विधाने सत्य मानली तर इतर विधाने तर्कसंगतीच्या सहाय्याने सिध्द करता येतात. जी विधाने वैश्विक सत्य असतात आणि ज्यांची सिध्दता दिली जात नाही त्यांना गृहीतके असे म्हणतात. म्हणून सिध्दतेशिवाय असणारी मुलभूत सत्ये ही गृहीतके असतात.

उदा. दिलेल्या एका बिंदुमधून असंख्य रेषा काढता येतात.



प्रमेय
(Theorem)

गृहीतकांच्या आधारे जे गुणधर्म सिध्द करता येतात त्यांना प्रमेये म्हणतात.

सिध्दता
(Proof)

गृहीतके आणि पूर्वी सिध्द केलेल्या प्रमेयांच्या सहाय्याने केलेल्या तर्कशुध्द स्पष्टीकरणाच्या व्यवस्थित मांडणीला त्या गुणधर्माची 'सिध्दता' म्हणतात.

जेव्हा-तेव्हा किंवा जर-तर
(When-then or If-then)

जी विधाने जर-तर च्या स्वरुपात लिहिली जातात त्यांना 'सशर्त विधाने' असे म्हणतात.
सशर्त वाक्यातील जर नंतर येणाऱ्या विधानाला 'पूर्वांग किंवा पक्ष' (given) म्हणतात आणि तर नंतर येणाऱ्या विधानाला 'उत्तरांग किंवा साध्य' (to prove) असे म्हणतात.

व्यत्यास
(Converse)

दिलेल्या विधानातील पक्ष आणि साध्य यांच्या जागेची अदलाबदल करून तयार झालेल्या विधानाला दिलेल्या विधानाचा 'व्यत्यास' म्हणतात.

परिशिष्ट क्र. 3परिशिष्ट क्र. 2

प्रमेय १
(विरुध्द कोन)

जेव्हा दोन रेषा परस्परांना छेदतात तेव्हा विरुध्द कोनांच्या जोड्या एकरूप असतात.

प्रमेय २
(संगतकोन कसोटी)

जर दोन रेषांना एका छेदिकेने छेदले असता होणाऱ्या संगतकोनांच्या जोड्यांपैकी एक जोडी एकरूप असेल तर त्या रेषा समांतर असतात.
यालाच दोन समांतर रेषांची संगतकोन कसोटी म्हणतात.

प्रमेय ३
(व्युत्क्रम कोन कसोटी)

जर दोन रेषांना एक छेदिका दोन भिन्न बिंदूत छेदत असेल आणि व्युत्क्रम कोनांच्या दोन जोड्यांपैकी एक जोडी एकरूप असेल तर त्या दोन रेषा समांतर असतात.

प्रमेय ४
(आंतरकोन कसोटी)

जर दोन रेषांना एक छेदिका दोन भिन्न बिंदूत छेदत असेल आणि आंतरकोनांची एक जोडी पुरक असेल तर त्या दोन रेषा समांतर असतात.

प्रमेय ५
(आंतरकोन कसोटीचा व्यत्यास)

जर दोन समांतर रेषांना एका छेदिकेने छेदले तर आंतरकोनांच्या प्रत्येक जोडीतील कोन परस्परांचे पूरक असतात.

प्रमेय ६
(व्युत्क्रमकोन कसोटीचा व्यत्यास)

जर दोन समांतर रेषांना एक छेदिका दोन भिन्न बिंदूत छेदत असेल तर व्युत्क्रमकोनांच्या प्रत्येक जोडीतील कोन एकरूप असतात.

प्रमेय ७

जर दोन रेषा एकाच रेषेला समांतर असतील तर त्या रेषा परस्परांना समांतर असतात.

प्रमेय ८

त्रिकोणाच्या तिन्ही कोनांच्या मापांची बेरीज १८०° असते.

प्रमेय ९
(दुरस्थ आंतरकोनाचे प्रमेय)

त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचे माप हे त्याच्या दुरस्थ आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेएवढे असते.

प्रमेय १०
(समद्विभूज त्रिकोणाचे प्रमेय)

जर त्रिकोणाच्या दोन बाजू एकरूप असतील तर त्या बाजुंसमोरील कोन एकरूप असतात.

प्रमेय ११
(कर्ण-भुजा प्रमेय)

जेव्हा एका काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण आणि एक बाजू अनुक्रमे दुसऱ्या काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण आणि संगत बाजू यांच्याशी एकरूप असतात तेव्हा ते काटकोन त्रिकोण परस्परांशी एकरूप असतात.

प्रमेय १२
(लंबदुभाजकाचे प्रमेय)

भाग १

रेषाखंडाच्या लंबदुभाजकावरील प्रत्येक बिंदू त्या दिलेल्या दोन बिंदुंपासून (रंषाखंडाच्या टोकापासून) समदूर असतो.

भाग २

दोन भिन्न बिंदुंपासून समदूर असलेला कोणताही बिंदू त्या दोन बिंदुंना जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या लंबदुभाजकावर असतो.

प्रमेय १३
(कोनदुभाजकाचे प्रमेय)

कोनाच्या भुजापासून समदूर असलेल्या कोनाच्या प्रतलातील बिंदुंचा बिंदूपथ म्हणजे त्या कोनाचा दुभाजक होय. या प्रमेयाचे दोन भाग आहेत.

भाग १
कोन दुभाजकाचा प्रत्येक बिंदू त्या कोनाच्या भुजांपासून समदूर आहे.

भाग २
कोनाच्या भुजांपासून समदूर असलेला कोणताही बिंदू त्या कोनाच्या दुभाजकावर असतो.

प्रमेय १४
(त्रिकोणातील असमानता संबंध)

त्रिकोणाच्या दोन बाजू एकरूप नसतील तर त्यापैकी मोठ्या बाजूसमोरील कोन हा लहान बाजुसमोरील कोनापेक्षा मोठा असतो.

प्रमेय १५
(आधीच्या प्रमेयाचा व्यत्यास)

जर त्रिकोणाचे दोन कोन एकरूप नसतील तर मोठ्या कोनासमोरील बाजू ही लहान कोनासमोरील बाजुपेक्षा मोठी असते.

प्रमेय १६

रेषेबाहेरील बिंदुंपासून रेषेवर काढलेल्या रेषाखंडांपैकी लंब रेषाखंड सर्वात लहान असतो.

प्रमेय १७

समांतरभूज चौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू एकरूप असतात.

प्रमेय १८

जर चौकोणाच्या समोरासमोरील बाजू एकरूप असतील तर तो समांतरभूज चौकोन असतो.

प्रमेय १९

समांतरभूज चौकोनाचे समोरासमोरील कोन एकरूप असतात.

प्रमेय २०

जर चौकोनाचे समोरासमोरील कोन एकरूप असतील तर चौकोन समांतरभूज चौकोन असतो.

प्रमेय २१

समांतरभूज चौकोनाचे कर्ण एकमेकांस दुभागतात.

प्रमेय २२

जर चौकोनाचे कर्ण एकमेकांस दुभागतात असतील तर तो चौकोन समांतरभूज चौकोन असतो.

प्रमेय २३

जर चौकोनाच्या संमूख बाजूंची एक जोडी एकरूप व समांतर असेल तर तो चौकोन समांतरभूज चौकोन असतो.

प्रमेय २४

कटकोन चौकोनाचे कर्ण एकरूप असतात.

प्रमेय २५

समभूज चौकोनाचे कर्ण एकमेकांचे लंबदुभाजक असतात.

प्रमेय २६

चौरसाचे कर्ण एकरूप व परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

प्रमेय २७

जर चौकोनाचे कर्ण एकरूप आणि परस्परांचे लंबदुभाजक असतील तर तो चौकोन चौरस असतो.

प्रमेय २८

जर तीन समांतर रेषा एका छेदिकेवर एकरूप आंतरछेद करीत असतील तर त्या रेषा दुसऱ्या कोणत्याही छेदीकेवर एकरूप आंतरछेद करतात.

प्रमेय २९

एका वर्तुळात दोन जीवा एकरूप असतील तर त्यांनी केंद्राशी केलेले कोन एकरूप असतात.

प्रमेय ३०

वर्तुळातील जीवांनी केंद्राशी केलेले कोन एकरूप असतील तर त्या संबंधीत जीवा एकरूप असतात.

प्रमेय ३१

वर्तुळाच्या केंद्रातून वर्तुळाच्या जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

प्रमेय ३२

वर्तुळाचा केंद्र व जीवेचा मध्य यांना जोडणारा रेषाखंड जीवेस लंब असतो.

प्रमेय ३३

एकरूप वर्तुळात एकरूप जीवा वर्तुळ केंद्रापासून समान अंतरावर असतात.

प्रमेय ३४

एकरूप वर्तुळात केंद्रापासून समान अंतरावर असणाऱ्या जीवा एकरूप असतात.

प्रमेय ३५

कंसाने केंद्राशी तयार झालेला कोन हा वर्तुळावरील कोणत्याही बिंदुशी तयार झालेल्या कोनाच्या दुप्पट असतो.

प्रमेय ३६

अर्धवर्तुळात अंतरीत केलेला कोन काटकोन असतो.

प्रमेय ३७

वर्तुळ कंसाने अंतरीत केलेला कोन काटकोन असेल तर तो कंस अर्धवर्तुळ असते.

प्रमेय ३८

वर्तुळातील कोणत्याही एका जीवेने एकाच बाजुच्या वर्तुळावरील बिंदुशी अंतरीत केलेले कोन एकरूप असतात.

प्रमेय ३९

एखादा रेषाखंड त्याला समाविष्ट करणाऱ्या रेषेच्या एकाच अंगाकडील दोन बिंदुंच्या ठिकाणी एकरूप कोन अंतरीत करीत असेल तर ते दोन बिंदू व त्या रेषाखंडाचे अंत्यबिंदू असे चार बिंदू एकाच वर्तुळावर असतात.

प्रमेय ४०
(त्रिकोणाच्या दोन बाजुंच्या मध्यबिंदुचे प्रमेय)

त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजुंचे मध्यबिंदू जोडणारा रेषाखंड तिसऱ्या बाजुला समांतर असून तिच्या निम्म्या लांबीचा असतो.

प्रमेय ४१
(मध्यबिंदूच्या प्रमेयाचा व्यत्यास)

त्रिकोणाच्या एका बाजुच्या मध्यबिंदुतून जाणारी व दुसऱ्या बाजुला समांतर असणारी रेषा तिसऱ्या बाजूला दुभागते.

प्रमेय ४२

त्रिकोणाचे कोनदुभाजक एकसंपाती असतात.

प्रमेय ४३

त्रिकोणाच्या बाजुंचे लंबदुभाजक एकसंपाती असतात.

प्रमेय ४४

त्रिकोणाच्या मध्यगा एकसंपाती असतात व त्यांचा संपातबिंदू मध्यगेला २:१ प्रमाणात विभागतो.

प्रमेय ४५

त्रिकोणाचे शिरोलंब एकसंपाती असतात.

प्रमेय ४६

काटकोन त्रिकोणात कर्णावर काढलेली मध्यगा ही कर्णाच्या निम्मी असते.

प्रमेय ४७
(३०°-६०°-९०° त्रिकोणाचे प्रमेय)

जर त्रिकोणाच्या तीन कोनांची मापे ३०°, ६०° आणि ९०° असतील तर ३०° कोनासमोरील बाजू कर्णाच्या निम्मी व ६०° कोनासमोरील बाजू कर्णाच्या ३/२ असते.

इ. १० वी

प्रमेय १

(प्रमाणाचे मुलभूत प्रमेय)

जर त्रिकोणाच्या एका बाजुला समांतर असणारी रेषा इतर दोन बाजुंना दोन भिन्न बिंदुत छेदत असेल तर ती रेषा त्या दोन बाजुंना प्रमाणात विभागते.

प्रमेय २

(प्रमाणाच्या मुलभूत प्रमेयाचा व्यत्यास)

जर एखादी रेषा त्रिकोणाच्या दोन बाजुंना समान गुणोत्तरात विभागत असेल तर ती रेषा तिसऱ्या बाजुला समांतर असते.

प्रमेय ३

दोन समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्यांच्या संगत बाजुंच्या वर्गाच्या गुणोत्तराबरोबर असते.

प्रमेय ४

काटकोन त्रिकोणात कर्णावर टाकलेल्या शिरोलंबामुळे जे दोन त्रिकोण तयार होतात, ते मूळ काटकोन त्रिकोणाशी व परस्परांशी समरूप असतात.

उपप्रमेय ५

काटकोन त्रिकोणात कर्णावर काढलेला शिरोलंब, त्या शिरोलंबामुळे कर्णाचे ज्या दोन रेषाखंडात विभाजन होते, त्या रेषाखंडाचा भूमिती-मध्य असतो.

प्रमेय ६
(पायथागोरसचे प्रमेय)

काटकोन त्रिकोणात कर्णाचा वर्ग हा उरलेल्या दोन बाजुंच्या वर्गांच्या बेरजेइतका असतो.

प्रमेय ७
(पायथागोरसच्या प्रमेयाचा व्यत्यास)

जर त्रिकोणातील एका बाजुचा वर्ग हा त्या त्रिकोणाच्या उरलेल्या दोन बाजुंच्या वर्गांच्या बेरजेइतका असेल तर तो त्रिकोण काटकोन त्रिकोण असतो.

प्रमेय ८
(पायथागोरसच्या प्रमेयाचे उपयोजन)
(I) ३०°-६०°-९०° त्रिकोणाचे प्रमेय

जर त्रिकोणाच्या तीन कोनांची मापे ३०°, ६०° आणि ९०° असतील तर ३०° कोनासमोरील बाजू कर्णाच्या निम्मी व ६०° कोनासमोरील बाजू कर्णाच्या ३/२ असते.

(II) ४५°-४५°-९०° त्रिकोणाचे प्रमेय

जर त्रिकोणाचे कोन ४५°, ४५° आणि ९०° असतील तर त्याच्या काटकोन करणाऱ्या बाजुंपैकी प्रत्येक बाजू कर्णाच्या १/२ पट असते.

(III) प्रमेय

लघुकोन त्रिकोण ABC मध्ये,

जर रेख AD $\perp$ बाजू BC आणि B - D - C तर

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC . BD$

(IV) प्रमेय

विशालकोन त्रिकोण PQR मध्ये,

$\angle Q < 900$ असून जर रेख PS $\perp$रेषा QR आणि

S - Q - R तर

$PR^2 = PQ^2 + QR^2 + 2QR . SQ$

(V) अपोलोनियसचे प्रमेय

$\triangle$ ABC मध्ये, जर रेख AD ही मध्यगा असेल तर

$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

प्रमेय ९

दिलेल्या तीन नैकरेषीय बिंदुतून जाणारे एक आणि एकच वर्तुळ असते.

प्रमेय १०

दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्रिकोणाचा पाया व संगत उंची यांच्या गुणाकारांच्या गुणोत्तराबरोबर असते.

प्रमेय ११

तीन समांतर रेषांनी एखाद्या छेदिकेवर तयार केलेल्या आंतरछेदांचे गुणोत्तर हे त्या तीन रेषांनी दुसऱ्या छेदिकेवर तयार केलेल्या संगत आंतरछेदांच्या गुणोत्तराबरोबर असते.

प्रमेय १२

त्रिकोणामध्ये कोनाचा दुभाजक, त्या कोनासमोरील बाजुला, उरलेल्या दोन बाजुंच्या गुणेत्तरात विभागतो.

प्रमेय १३

वर्तुळाची स्पर्शिका ही स्पर्शबिंदुतून काढलेल्या त्रिज्येला लंब असते.

प्रमेय १४

वर्तुळाच्या त्रिज्येच्या बाह्यटोकातून जाणारी व त्या त्रिज्येस लंब असणारी रेषा ही त्या वर्तुळाची स्पर्शिका असते.

प्रमेय १५

वर्तुळाच्या बाह्यबिंदुतून वर्तुळास काढलेल्या दोन स्पर्शिकाखंडाची लांबी समान असते.

प्रमेय १६

परस्परांना स्पर्श करणाऱ्या दोन वर्तुळाचा स्पर्शबिंदू हा त्या वर्तुळांच्या केद्रबिंदुतून जाणाऱ्या रेषेवर असतो.

प्रमेय १७
(आंतरलिखीत कोनाचे प्रमेय)

आंतरलिखीत कोनाचे माप हे त्याने आंतरखंडीत केलेल्या कंसाच्या मापाच्या निम्मे असते.

उपप्रमेय १

अर्धवर्तुळातील आंतरलिखीत कोन काटकोन असतो.

उपप्रमेय २

एकाच कंसातील आंतरलिखीत कोन एकरूप असतात.

प्रमेय १८

चक्रिय चौकोनाचे संमुख कोन परस्परांचे पूरक कोन असतात.

प्रमेय १९
(आधीच्या प्रमेयाचा व्यत्यास)

जर चौकोनाचे संमुख कोन परस्परांचे पूरक कोन असतील तर ते चौकोन चक्रिय असतो.

प्रमेय २०
(स्पर्शिका-छेदिका प्रमेय)

जर कोनाचा शिरोबिंदू वर्तुळावर असून एक भुजा वर्तुळास स्पर्श करत असेल तर दुसरी भुजा वर्तुळास दोन बिंदूत छेदत असेल तर त्या कोनाचे माप हे त्याने आतरखंडीत केलेल्या कंसाच्या मापाच्या निम्मे असते.

प्रमेय २१

एक रेषा वर्तुळास ज्या बिंदूत स्पर्श करते त्या स्पर्शबिंदुतून काढलेल्या जीवेने स्पर्शिकेने केलेले कोन व एकांतर वर्तुळखंडात तयार झालेले कोन हे सारख्या मापाचे असतात.

प्रमेय २२

एका जीवेच्या अंत्यबिंदुतून काढलेल्या रेषेने जीवेशी केलेला कोन हा त्या जीवेने एकांतर खंडात अंतरीत केलेल्या कोनाशी एकरूप असेल तर ती रेषा त्या वर्तुळाची स्पर्शिका असते.

प्रमेय २३

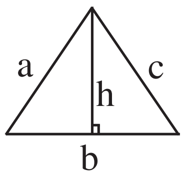
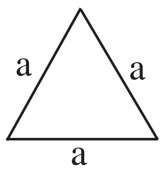
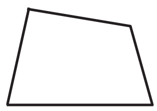
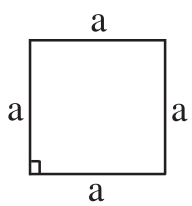
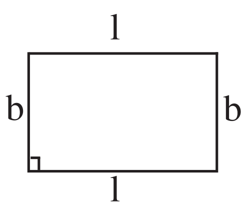
एका वर्तुळाच्या दोन जीवा जर एकमेकांना त्या वर्तुळाच्या आंतरभागात किंवा बाह्यभागात छेदत असतील तर छेदनबिंदुने केलेल्या एका जीवेच्या खंडांनी समाविष्ट आयत हा दुसऱ्या जीवेच्या खंडांनी समविष्ट आयताशी समान क्षेत्रफळाचा असतो.

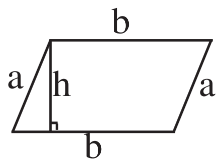
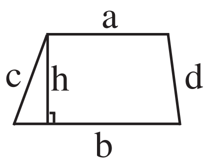
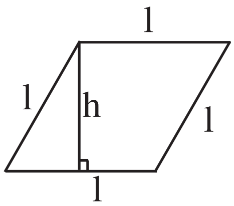
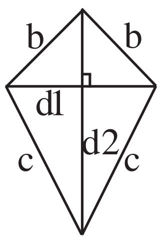
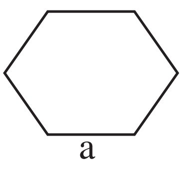
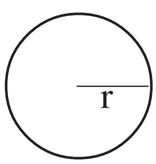
प्रमेय २४

जर PAB ही वृत्तछेदिका दिलेल्या वर्तुळाला बिंदू A आणि B मध्ये छेदते आणि P मधून काढलेली स्पर्शिका PT ही बिंदू T मध्ये वर्तुळला स्पर्श करते.

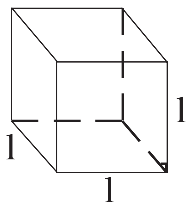
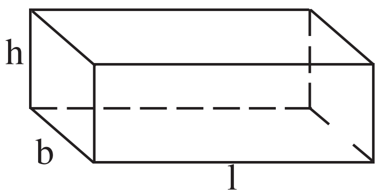
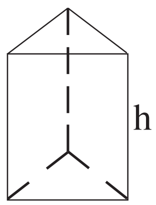
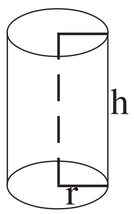
परिशिष्ट क्र. 4

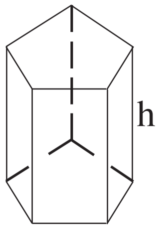
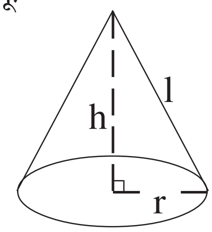
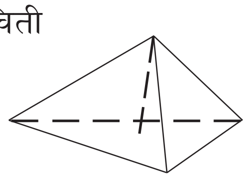
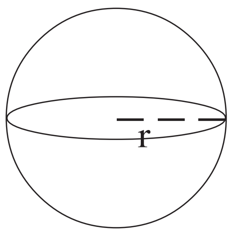
परिमिती व क्षेत्रफळ काढैयाची सूत्रे

आकृतीचे नाव	आकृती	परिमिती	क्षेत्रफळ
1. त्रिकोण		तिन्ही बाजुंच्या लांबीची बेरीज $P = a + b + c$	$\frac{1}{2}$ (पाया) X (उंची) $A = \frac{1}{2}\, b \times h$ हिरोचे सूत्र $A = s(s-a)(s-b)(s-c)$ जेव्हा $s = \frac{a + b + c}{2}$
2. समभुज त्रिकोण		3 X बाजुंची लांबी $P = 3a$	$A = \frac{3}{4} a^2$
3. चौकोन		चारही बाजुंच्या लांबीची बेरीज	
4. चौरस		4 X कोणत्याही एका बाजुची लांबी $P = 4a$	(एका बाजुची लांबी)^2 $A = a^2$
5. आयत		2 (लांबी + रुंदी) $P = 2(l + b)$	लांबी X रुंदी $A = l \times b$

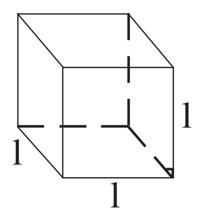
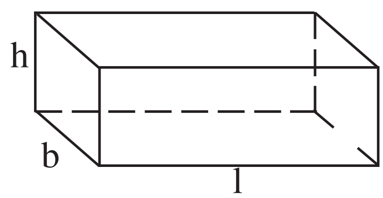
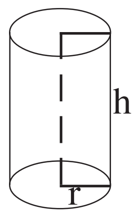
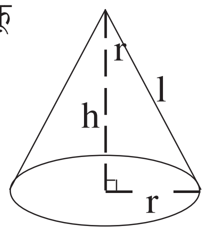
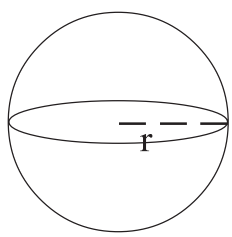
आकृतीचे नाव	आकृती	परिमिती	क्षेत्रफळ
6. समांतरभूज चौकोन		2 X लगतच्या दोन बाजुंच्या लांबीची बेरीज P = 2 (a + b)	(पाया) X (उंची) A = b X h
7. समलंब		चारही बाजुंच्या लांबीची बेरीज P = a + b + c + d	$\frac{1}{2}$X उंची X समांतर बाजुंच्या लांबीची बेरीज A = $\frac{1}{2}$ (a + b) h
8. समभूज चौकोन		4 X कोणत्याही एका बाजुची लांबी P = 4 l	(पाया) X (उंची) किंवा $\frac{1}{2}$ (कर्णाच्या लांबीचा गुणाकार) A = l X h
9. पतंग		2 (लहान बाजुची लांबी + मोठ्या बाजुची लांबी) P = 2 (b +c)	$\frac{1}{2}$ (कर्णाच्या लांबीचा) गुणाकार) A = $\frac{d1 X d2}{2}$
10. सुसम बहुभुजाकृती		बाजुंची संख्या X बाजुची लांबी P = n X a P = 6a	सुसम षट्कोनाचे क्षेत्रफळ = A = $\frac{3\ 3}{2}$ (बाजू)^2 A = $\frac{3\ 3}{2}$ (a)^2
11. वर्तुळ		वर्तुळाची परिमिती = वर्तुळाचा परीघ P = 2 r (r = त्रिज्या)	A = X त्रिज्येच्या लांबीचा वर्ग A = r^2

घनफळाची सूत्रे

<table>
<tr><th>आकृती</th><th>घनफळाचे सूत्र</th></tr>
<tr><td>1. घन

</td><td>(लांबी)^3
(l)^3</td></tr>
<tr><td>2. इष्टिकाचिती

</td><td>आयताकृती पायाचे क्षेत्रफळ X चितीची उंची
= लांबी X रुंदी X उंची
= l X b X h</td></tr>
<tr><td>3. त्रिकोणी चिती

</td><td>त्रिकोणी पायाचे क्षेत्रफळ X चितीची उंची</td></tr>
<tr><td>4. वृत्तचिती/दंडगोल

</td><td>वर्तुळाकार पायाचे क्षेत्रफळ X चितीची उंची
= r^2 X h
= r^2 h
(r = तळाची त्रिज्या, h = चितीची उंची)</td></tr>
</table>

आकृती	घनफळाचे सूत्र
5. चिती 	चितीच्या पायाचे क्षेत्रफळ X चितीची उंची
6. वृत्तसूची/शंकू 	$\frac{\text{वर्तुळाकार पायाचे क्षेत्रफळ X उंची}}{3}$ $= \frac{r^2h}{3}$
7. त्रिकोणी चिती 	$\frac{\text{पायाचे क्षेत्रफळ X उंची}}{3}$
8. गोल 	$= \frac{(4\ )\text{ X त्रिज्या}^3}{3}$ $= \frac{4\ r^3}{3}$

पृष्ठफळाची सूत्रे

आकृती	पृष्ठफळाचे सूत्र
1. घन 	6(लांबी)^2 $= 6\ (l)^2$
2. इष्टिकाचिती 	2 (l X b + b X h + l X h) (l = लांबी, b = रुंदी, h = उंची)
3. वृत्तचिती/दंडगोल 	पायाचे क्षेत्रफळ + माथ्याचे क्षेत्रफळ + वक्रपृष्ठफळ $= (\ r^2 + \ r^2 + 2\ rh)$ $= 2\ r(h + r)$
4. वृत्तसूची/शंकू 	तळाचे पृष्ठफळ + तिरकस पृष्ठफळ $= (\ r^2 + \ r\ l)$ $= \ r\ (r + l)$ (l = तिरकस उंची)
5. गोल 	= 4 (त्रिज्या)^2 $= 4\ r^2$ (r = त्रिज्या)

परिशिष्ट क्र. 5

संदर्भ पुस्तके

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे
इ. १ ली ते ८ वी

महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे
इ. ९ वी व १० वी

गणित संज्ञाकोश भाग १–
नि. प्र. शिंपी
अ. तु. मावळंकर
हे. चि. प्रधान
होमी भाभा विज्ञान शिक्षण केंद्र
टाटा इन्स्टिट्यूट ऑफ फंडामेंटल रिसर्च

विज्ञान शिक्षण नव्या वाटा–
डॉ. हेमचंद्र प्रधान

विज्ञान शिक्षणाचे भाषिक अंग–
डॉ. हेमचंद्र प्रधान